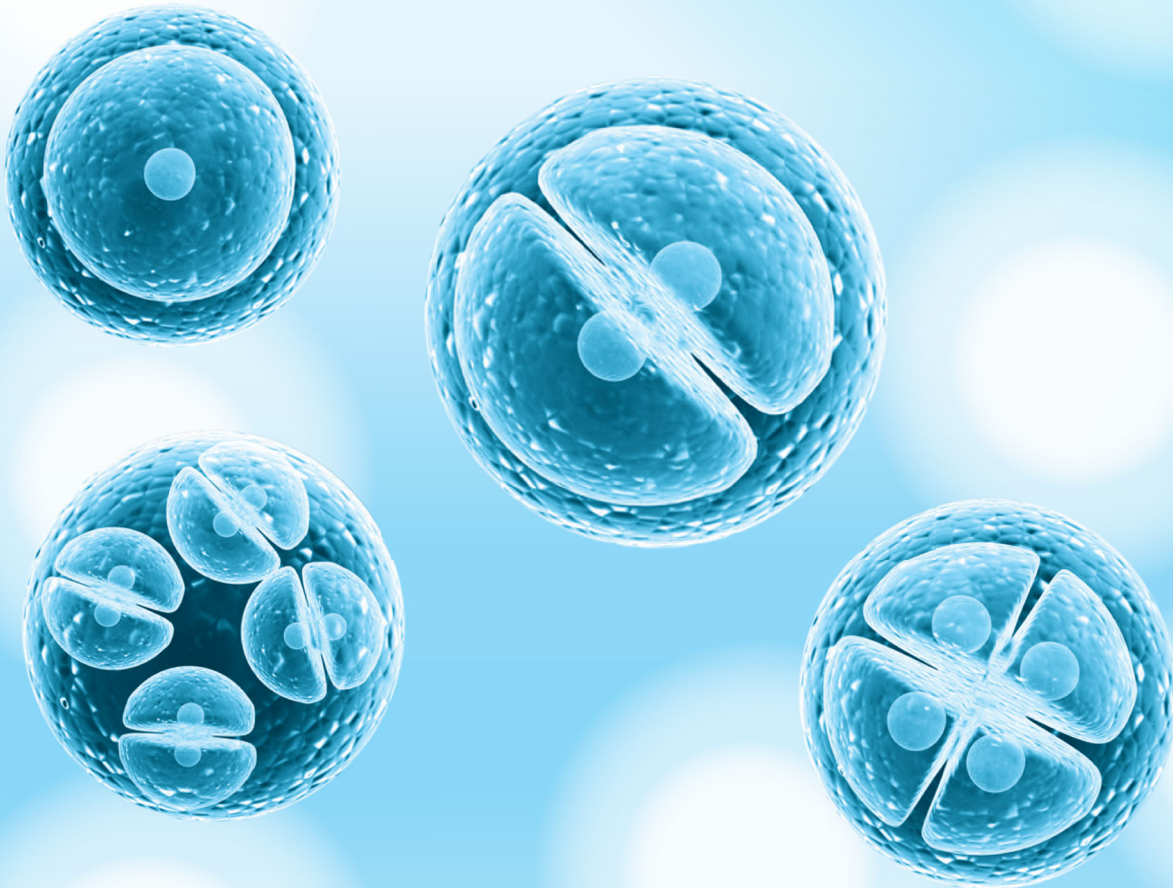




ลำดับและอนุกรม



สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1

จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.2

เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปมากโดยเริ่มตั้งแต่ 1 เรียกว่า ลำดับ ซึ่งลำดับเลขคณิตเป็นลำดับที่มีผลต่างของพจน์หลังลบด้วยพจน์หน้าที่อยู่ติดกันมีค่าคงตัวเท่ากันเสมอ ส่วนลำดับเรขาคณิตเป็นลำดับที่มีผลหารของพจน์หลังหารด้วยพจน์หน้าที่อยู่ติดกันมีค่าคงตัวเท่ากันเสมอ

อนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิต เรียกว่า อนุกรมเลขคณิต และผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตจะเป็นผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิตด้วย ในทำนองเดียวกันอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต เรียกว่า อนุกรมเรขาคณิต และอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วยเช่นกัน



1. ลำดับ

ตรงกับหัวข้อ 3.1.1 ของ สสวท. หน้า 107

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับได้
2. นักเรียนสามารถเขียนแสดงลำดับได้
3. นักเรียนสามารถหาพจน์ต่างๆ ของลำดับที่กำหนดให้ได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

บทนิยาม

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของ $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก เรียกว่า **ลำดับจำกัด (finite sequence)**

ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า **ลำดับอนันต์ (infinite sequence)**



กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = 5x - 1$ และโดเมนของฟังก์ชันคือ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ หาเรนจ์ของฟังก์ชันได้ดังนี้

$$f(1) = 5(1) - 1 = 4$$

$$f(2) = 5(2) - 1 = 9$$

$$f(3) = 5(3) - 1 = 14$$

$$f(4) = 5(4) - 1 = 19$$

$$f(5) = 5(5) - 1 = 24$$

ถ้า a เป็นลำดับ การเขียนลำดับ a จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไป
ดังนั้น เขียนลำดับข้างต้นได้ดังนี้ 4, 9, 14, 19, 24 ซึ่งมี 5 พจน์ ลำดับนี้จึงเป็นลำดับจำกัด
เมื่อโดเมนของฟังก์ชันเป็นเซตอนันต์คือ $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ เขียนลำดับได้คือ 4, 9, 14, 19,
24, ... ลำดับนี้จึงเป็นลำดับอนันต์

ในกรณีที่กำหนดลำดับโดยพจน์ทั่วไป ถ้าไม่ได้ระบุสมาชิกในโดเมน ให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์

ถ้า a เป็นลำดับจำกัด นิยมเขียนลำดับเป็น $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

ถ้า a เป็นลำดับอนันต์ นิยมเขียนลำดับเป็น $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

เรียก $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ว่า พจน์ที่ 1, พจน์ที่ 2, พจน์ที่ 3, ..., พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปของลำดับตามลำดับ

การกำหนดลำดับ อาจกำหนดโดยพจน์ทั่วไปหรือกำหนดโดยการแจกพจน์ ถ้ากำหนดโดยพจน์ทั่วไปจะหาลำดับโดยการแจกพจน์ได้ง่าย แต่ถ้ากำหนดลำดับโดยการแจกพจน์ จะหาพจน์ทั่วไปนั้นทำได้ยาก อาจใช้วิธีที่แตกต่างกัน ซึ่งในการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเฉพาะพจน์ต้นๆ นั้น หาได้โดยการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง a_n และ n แล้วสรุปเป็นกฎเกณฑ์



แบบฝึกหัดที่ 1

ตรงกับแบบฝึกหัด 3.1.1 ของ สสวท. หน้า 111

1. จงหาเรนจ์ของฟังก์ชันเมื่อกำหนดโดเมนคือ $\{1, 2, 3, 4\}$

(1) $f(x) = 5x - 3$

$f(1) = 5(1) - 3 = 2$

$f(2) = 5(2) - 3 = 7$

$f(3) = 5(3) - 3 = 12$

$f(4) = 5(4) - 3 = \dots\dots\dots$

เรนจ์คือ $\{2, 7, 12, \dots\dots\dots\}$

(2) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

$f(1) = \dots\dots\dots$

$f(2) = \dots\dots\dots$

$f(3) = \dots\dots\dots$

$f(4) = \dots\dots\dots$

เรนจ์คือ $\dots\dots\dots$

(3) $f(x) = 2^x$

$f(1) = \dots\dots\dots$

$f(2) = \dots\dots\dots$

$f(3) = \dots\dots\dots$

$f(4) = \dots\dots\dots$

เรนจ์คือ $\dots\dots\dots$

(4) $f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$

$f(1) = \dots\dots\dots$

$f(2) = \dots\dots\dots$

$f(3) = \dots\dots\dots$

$f(4) = \dots\dots\dots$

เรนจ์คือ $\dots\dots\dots$

(5) $f(x) = \sin \frac{\pi}{x}$

$f(1) = \dots\dots\dots$

$f(2) = \dots\dots\dots$

$f(3) = \dots\dots\dots$

$f(4) = \dots\dots\dots$

เรนจ์คือ $\dots\dots\dots$

(6) $f(x) = (-1)^{x+1}$

$f(1) = \dots\dots\dots$

$f(2) = \dots\dots\dots$

$f(3) = \dots\dots\dots$

$f(4) = \dots\dots\dots$

เรนจ์คือ $\dots\dots\dots$



(7) $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

$f(1) = \dots\dots\dots$

$f(2) = \dots\dots\dots$

$f(3) = \dots\dots\dots$

$f(4) = \dots\dots\dots$

เรขาคณิตคือ $\dots\dots\dots$

(8) $f(x) = x(2x-1)$

$f(1) = \dots\dots\dots$

$f(2) = \dots\dots\dots$

$f(3) = \dots\dots\dots$

$f(4) = \dots\dots\dots$

เรขาคณิตคือ $\dots\dots\dots$

(9) $f(x) = (-1)^x(2x+1)$

$f(1) = \dots\dots\dots$

$f(2) = \dots\dots\dots$

$f(3) = \dots\dots\dots$

$f(4) = \dots\dots\dots$

เรขาคณิตคือ $\dots\dots\dots$

(10) $f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{x+1}$

$f(1) = \dots\dots\dots$

$f(2) = \dots\dots\dots$

$f(3) = \dots\dots\dots$

$f(4) = \dots\dots\dots$

เรขาคณิตคือ $\dots\dots\dots$

2. จงเขียนลำดับโดยการแจกแจง

(1) $a_n = 3n-1$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(2) $a_n = 5-4n$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(3) $a_n = 2n^2-3$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(4) $a_n = 2^n-1$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(5) $a_n = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(6) $a_n = \frac{1+2n}{1-3n}$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(7) $a_n = 1 + (-1)^n$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(8) $a_n = 2n^2 + n$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(9) $a_n = \frac{3n^2 + n - 2}{4n^2 - n + 3}$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(10) $a_n = \frac{(-1)^n}{n^2} \cdot x^{2n-1}$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$



3. จงเขียนพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

(1) 4, 7, 10, 13, ...

$a_1 = 4 = (3 \times 1) + 1$

$a_2 = 7 = (3 \times 2) + 1$

$a_3 = 10 = (3 \times 3) + 1$

$a_4 = 13 = (3 \times 4) + 1$

$a_n = 3n + 1$

(2) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_n =$

(3) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_n =$

(4) $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_n =$

(5) $\sqrt{3}, \sqrt{6}, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{6}, \dots$

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_n =$

(6) 0.3, 0.03, 0.003, 0.0003, ...

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_n =$

(7) 16, 8, 4, 2, ...

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_n =$

(8) 3, 5, 9, 17, ...

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_n =$

(9) $0, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \dots$

$a_1 = \dots$

$a_2 = \dots$

$a_3 = \dots$

$a_4 = \dots$

$a_n = \dots$

(10) $1, 3, 7, 15, \dots$

$a_1 = \dots$

$a_2 = \dots$

$a_3 = \dots$

$a_4 = \dots$

$a_n = \dots$

(11) $4, -2, 1, -\frac{1}{2}, \dots$

$a_1 = \dots$

$a_2 = \dots$

$a_3 = \dots$

$a_4 = \dots$

$a_n = \dots$

(12) $2, 5, 8, 11, \dots$

$a_1 = \dots$

$a_2 = \dots$

$a_3 = \dots$

$a_4 = \dots$

$a_n = \dots$

4. จงหาลำดับจากพจน์ที่กำหนดให้

(1) $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n - 2$

วิธีทำ $a_{n+1} = a_n - 2$

เมื่อ $n = 1; a_{1+1} = a_1 - 2$

$a_2 = 3 - 2$

$a_2 = 1$

เมื่อ $n = 2; a_{2+1} = a_2 - 2$

$a_3 = 1 - 2$

$a_3 = -1$

ลำดับคือ $3, 1, -1, \dots$

(2) $a_1 = 7, a_{n+1} = a_n + 10$

วิธีทำ $a_{n+1} = a_n + 10$

เมื่อ $n = 1; \dots$

\dots

\dots

เมื่อ $n = 2;$

\dots

\dots

ลำดับคือ \dots



(3) $a_1 = 5, a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{2}$

วิธีทำ $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{2}$

เมื่อ $n = 1$;

.....

.....

เมื่อ $n = 2$;

.....

.....

ลำดับคือ

(4) $a_1 = 0, a_{n+1} = (a_n + 1)^4$

วิธีทำ $a_{n+1} = (a_n + 1)^4$

เมื่อ $n = 1$;

.....

.....

เมื่อ $n = 2$;

.....

.....

ลำดับคือ

(5) $a_1 = -4, a_{n+1} = (a_n + 5)^2$

วิธีทำ $a_{n+1} = (a_n + 5)^2$

เมื่อ $n = 1$;

.....

.....

เมื่อ $n = 2$;

.....

.....

ลำดับคือ

2. ลำดับเลขคณิต

ตรงกับหัวข้อ 3.1.2 ของ สสวท. หน้า 112

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถหาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิตได้
2. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับลำดับเลขคณิตในการแก้ปัญหาได้
3. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหาได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

บทนิยาม

ลำดับเลขคณิต (arithmetic sequence) คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่ $n+1$ ลบด้วยพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากัน ค่าคงตัวนี้เรียกว่า **ผลต่างร่วม (common difference)**

ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต และ d เป็นผลต่างร่วม

จากบทนิยาม

$$d = a_{n+1} - a_n$$

$$\text{หรือ } a_{n+1} = a_n + d \text{ เมื่อ } n \in I^+$$

ตัวอย่างลำดับเลขคณิต

1, 4, 7, 10, ... มีผลต่างร่วมเท่ากับ 3

$$(d = 4 - 1 = 7 - 4 = 10 - 7 = \dots)$$

5, 3, 1, -1, -3, ... มีผลต่างร่วมเท่ากับ -2

$$(d = 3 - 5 = 1 - 3 = -1 - 1 = -3 - (-1) = \dots)$$

จาก

$$a_{n+1} = a_n + d$$

จะได้

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$$

$$a_5 = a_4 + d = (a_1 + 3d) + d = a_1 + 4d$$

ดังนั้น

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

เมื่อกำหนดพจน์แรกของลำดับเลขคณิตคือ a_1 และผลต่างร่วมคือ d เราสามารถหาพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปได้เสมอ





ตัวอย่าง กำหนดลำดับเลขคณิต $-3, 2, 7, \dots$ จงหาพจน์ที่ 13, พจน์ที่ 30 และพจน์ที่ n ของลำดับ

วิธีทำ พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตคือ $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_{13} = a_1 + (13-1)d$$

$$a_{13} = a_1 + 12d$$

จากลำดับ $-3, 2, 7, \dots$

$$a_1 = -3, d = 2 - (-3) = 5$$

$$a_{13} = -3 + 12(5)$$

$$= -3 + 60$$

$$= 57$$

$$a_{30} = a_1 + 29d$$

$$= -3 + 29(5)$$

$$= -3 + 145$$

$$= 142$$

$$a_n = -3 + (n-1)(5)$$

$$= -3 + 5n - 5$$

$$= 5n - 8$$

ดังนั้น $a_{13} = 57, a_{30} = 142$ และ $a_n = 5n - 8$

ตอบ

☑หมายเหตุ

เมื่อโจทย์กำหนดลำดับมาให้ แล้วให้หาพจน์ต่างๆ ของลำดับ เราจะต้องหาพจน์ที่ n ของลำดับก่อน แล้วจึงหาพจน์ต่างๆ ตามที่ต้องการ เช่น

ลำดับ $-3, 2, 7, \dots$ มีพจน์ที่ n คือ $5n - 8$

$$a_n = 5n - 8$$

หา $a_{13} = 5(13) - 8$

$$= 57$$

$$a_{30} = 5(30) - 8$$

$$= 142$$



แบบฝึกหัดที่ 2

ตรงกับแบบฝึกหัด 3.1.2 ของ สสวท. หน้า 117

1. จงเขียนพจน์ที่ 4, พจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 6 ของลำดับเลขคณิตพร้อมทั้งบอกผลต่างร่วม

- | | |
|--|-----------|
| (1) 2, 6, 10,,, | d = |
| (2) 1, 6, 11,,, | d = |
| (3) -7, -5, -3,,, | d = |
| (4) -9, -5, -1,,, | d = |
| (5) 20, 15, 10,,, | d = |
| (6) $-1, -\frac{1}{2}, 0, \dots, \dots, \dots$ | d = |
| (7) 8, 5, 2,,, | d = |
| (8) $\frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}, \dots, \dots, \dots$ | d = |
| (9) -7, -3, 1,,, | d = |
| (10) 16, 11, 6,,, | d = |

2. เมื่อกำหนดพจน์ที่ 2 และผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต จงหาพจน์แรกและพจน์ที่ 3

(1) $a_2 = 5, d = 3$

เนื่องจาก $a_1 = a_2 - d$

$$a_1 = 5 - 3$$

$$= \dots\dots\dots$$

และ $a_3 = a_2 + d$

$$a_3 = 5 + 3$$

$$= \dots\dots\dots$$

(2) $a_2 = 8, d = 5$

$$a_1 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(3) $a_2 = -7, d = 4$

$$a_1 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(4) $a_2 = -4, d = -4$

$$a_1 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(5) $a_2 = -1, d = 6$

$$a_1 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(6) $a_2 = 0, d = -7$

$$a_1 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$



3. เมื่อกำหนดพจน์แรกและความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่ $n+1$ กับพจน์ที่ n จงหาพจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 3 พร้อมทั้งบอกว่าลำดับที่ได้เป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่

(1) $a_1 = 4, a_{n+1} = 2a_n$

$a_2 = 2a_1 = 2(4) = \dots\dots\dots$

$a_3 = 2a_2 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ 4,,, ... ไม่เป็นลำดับเลขคณิต เพราะ

(2) $a_1 = -5, a_{n+1} = a_n^2$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ

(3) $a_1 = 1, a_{n+1} = (a_n - 1)^2$

$a_2 = (a_1 - 1)^2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = (a_2 - 1)^2 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ

(4) $a_1 = 3, a_{n+1} = (a_n - 2)^2$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ

(5) $a_1 = -3, a_{n+1} = a_n + 5$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ

(6) $a_1 = 11, a_{n+1} = a_n - 7$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ

(7) $a_1 = -52, a_{n+1} = 2a_n + 3$

$a_2 =$

$a_3 =$

ลำดับคือ

(8) $a_1 = 18, a_{n+1} = 5a_n - 13$

$a_2 =$

$a_3 =$

ลำดับคือ

4. เมื่อกำหนดพจน์แรกและผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต จงหาพจน์ถัดไปอีก 4 พจน์

(1) $a_1 = 7, d = 2$

$a_2 = 7+2 = 9$

$a_3 = 9+2 = 11$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

(2) $a_1 = -8, d = 3$

$a_2 = -8+3 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

(3) $a_1 = 12, d = -4$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

(4) $a_1 = -5, d = 4$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

(5) $a_1 = 27, d = -6$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

(6) $a_1 = -4.5, d = 1.5$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

(7) $a_1 = x+a, d = -5a$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

(8) $a_1 = 2-3x, d = x+1$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

5. เมื่อกำหนดพจน์ที่ 4 และผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต จงหา 3 พจน์แรกของลำดับ

(1) $a_4 = 6, d = 4$

$a_3 = 6-4 = 2$

$a_2 = 2-4 = -2$

$a_1 = -2-4 = \dots\dots\dots$

3 พจน์แรกของลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(2) $a_4 = -2, d = 3$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_1 = \dots\dots\dots$

3 พจน์แรกของลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(3) $a_4 = 5, d = -3$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_1 = \dots\dots\dots$

3 พจน์แรกของลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(4) $a_4 = -1, d = -5$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_1 = \dots\dots\dots$

3 พจน์แรกของลำดับคือ $\dots\dots\dots$



(5) $a_4 = -3.4, d = 0.5$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_1 = \dots\dots\dots$

3 พจน์แรกของลำดับคือ

(6) $a_4 = 4.8, d = -1.2$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_1 = \dots\dots\dots$

3 พจน์แรกของลำดับคือ $\dots\dots\dots$

6. จากลำดับต่อไปนี้ จงหาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่ n (a_n) และพจน์ที่ $n+1$ (a_{n+1}) พร้อมทั้งบอกว่าลำดับนั้นเป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่

(1) 2, 5, 8, 11

$a_1 = 2$

$a_2 = 5 = 2+3$

$a_3 = 8 = 5+3$

$a_4 = 11 = 8+3$

$a_{n+1} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

(2) 4, 2, 0, -2

$a_1 = 4$

$a_2 = 2 = 4-2$

$a_3 = 0 = \dots\dots\dots$

$a_4 = -2 = \dots\dots\dots$

$a_{n+1} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

(3) 1, 3, 6, 10

$a_1 = 1$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_{n+1} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

(4) 2, 6, 18, 54

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_{n+1} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

(5) 1, 1·2, 1·2·3, 1·2·3·4

$a_1 = 1$

$a_2 = 1 \cdot 2 \dots\dots\dots$

$a_3 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots\dots\dots$

$a_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots\dots\dots$

$a_{n+1} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

(6) 4, -2, 1, $-\frac{1}{2}$

$a_1 = 4$

$a_2 = -2 = -\frac{1}{2}(4)$

$a_3 = 1 \dots\dots\dots$

$a_4 = -\frac{1}{2} \dots\dots\dots$

$a_{n+1} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

7. กำหนด $a_1 = 1, a_2 = 1$ และ $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$ จงหา 8 พจน์แรกของลำดับ พร้อมทั้งบอกว่าลำดับที่เกิดขึ้นใหม่เป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่

วิธีทำ จากกำหนด $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$

ตั้งนั้น	$a_3 = a_1 + a_2$	$a_6 = \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
	$a_4 = a_2 + a_3$	$a_7 = \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
	$a_5 = \dots\dots\dots$	$a_8 = \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$

8 พจน์แรกของลำดับคือ $1, 1, \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

8. กำหนด $a_1 = 1, a_2 = 1$ และ $a_{n+2} = a_n + 2a_{n+1}$ สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$ จงหา 8 พจน์แรกของลำดับ พร้อมทั้งบอกว่าลำดับที่เกิดขึ้นใหม่เป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่

วิธีทำ จากกำหนด $a_{n+2} = a_n + 2a_{n+1}$

ตั้งนั้น	$a_3 = a_1 + 2a_2$	$a_6 = \dots\dots\dots$
	$= 1 + 2(1)$	$= \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
	$a_4 = a_2 + 2a_3$	$a_7 = \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
	$a_5 = \dots\dots\dots$	$a_8 = \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$
	$= \dots\dots\dots$	$= \dots\dots\dots$

8 พจน์แรกของลำดับคือ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$



9. กำหนดลำดับเลขคณิต $-5, -2, 1, 4$ จงหาลำดับที่เกิดจากข้อกำหนดในแต่ละข้อ พร้อมทั้งบอกว่าลำดับที่เกิดขึ้นใหม่เป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่

(1) คูณแต่ละพจน์ด้วย 5

ลำดับคือ $(-5)(5), (-2)(5), 1(5), 4(5)$

$-25, \dots, \dots, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต เนื่องจาก $d = \dots$

(2) คูณแต่ละพจน์ด้วย 0

ลำดับคือ $(-5)(0), (-2)(0), 1(0), 4(0)$

$\dots, \dots, \dots, \dots$

(3) กำลังสองของแต่ละพจน์

ลำดับคือ \dots

\dots

(4) บวกแต่ละพจน์ด้วย 4

ลำดับคือ \dots

\dots

(5) ลบแต่ละพจน์ด้วย 5

ลำดับคือ \dots

\dots

(6) หารแต่ละพจน์ด้วย 2

ลำดับคือ \dots

\dots

(7) คูณแต่ละพจน์ด้วยจำนวนจริง a

ลำดับคือ \dots

(8) บวกแต่ละพจน์ด้วยจำนวนจริง k

ลำดับคือ \dots

10. จงหาค่าของ x จากลำดับเลขคณิต พร้อมทั้งหาลำดับนั้น

(1) $x+2, 3x+1, 4x-5, \dots$

$$d = (3x+1)-(x+2) = (4x-5)-(3x+1)$$

\dots

\dots

\dots

\dots

\dots

\dots

(2) $4x+1, x^2+5, 7x-3, \dots$

$$d = (x^2+5)-(4x+1) = \dots\dots\dots$$

$$x^2+5-4x-1 = \dots\dots\dots$$

$$x^2-4x+4 = \dots\dots\dots$$

$$2x^2-11x+12 = 0$$

$$(2x-3)(x-4) = 0$$

$$2x-3 = 0 \text{ หรือ } \dots\dots\dots$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ หรือ } \dots\dots\dots$$

เมื่อ $x = \frac{3}{2}$ ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

เมื่อ $x = \dots\dots\dots$ ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

11. จงหาพจน์กลางระหว่าง 2 พจน์ของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้

(1) 3 พจน์กลางระหว่าง 9 และ -11 ให้ลำดับคือ 9, $a_2, a_3, a_4, -11$

$$a_1 = 9$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$-11 = 9 + 4d$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$-20 = 4d$$

$$a_3 = \dots\dots\dots$$

$$d = -5$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a_4 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$



(2) 5 พจน์กึ่งกลางระหว่าง -8 และ 4

ให้ลำดับคือ $-8, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, 4$

$a_1 =$	$a_2 =$
$a_7 = a_1 +$	$=$
$4 =$	$a_3 =$
.....	$=$
.....	$a_4 =$
	$=$
	$a_5 =$
	$=$
	$a_6 =$
	$=$

(3) 4 พจน์กึ่งกลางระหว่าง -8 และ -9

ให้ลำดับคือ

$a_1 =$	$a_2 = a_1 + d =$
$a_6 = a_1 +$	$a_3 = a_2 + d =$
.....	$a_4 = a_3 + d =$
.....	$a_5 = a_4 + d =$
.....	

(4) 8 พจน์กึ่งกลางระหว่าง 14 และ -4

ให้ลำดับคือ

$a_1 =$	$a_2 = a_1 + d =$
$a_{10} =$	$a_3 = a_2 + d =$
$-4 = a_1 +$	$a_4 = a_3 + d =$
.....	$a_5 = a_4 + d =$
.....	$a_6 = a_5 + d =$
.....	$a_7 = a_6 + d =$
	$a_8 = a_7 + d =$
	$a_9 = a_8 + d =$

(5) 3 พจน์กกลางระหว่าง $-\frac{2}{3}$ และ $-\frac{5}{3}$

ให้ลำดับคือ

$$a_1 = \dots \qquad a_2 = a_1 + d =$$

$$a_5 = \dots \qquad a_3 = a_2 + d =$$

$$-\frac{5}{3} = a_1 + \dots \qquad a_4 = a_3 + d =$$

.....

.....

.....

12. จงหาพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

(1) 2, 8, 14, ... มี $a_1 = \dots$, $d = \dots$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$a_{30} = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$\text{หรือ } a_{30} = a_1 + 29d$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$



(2) 6, 1, -4, ... มี $a_1 = \dots\dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$

$$a_n = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a_{49} = \dots\dots\dots \quad \text{หรือ} \quad a_{49} = a_1 + \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \quad = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \quad = \dots\dots\dots$$

(3) -11, -5.5, 0, ... มี $a_1 = \dots\dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$

$$a_n = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a_{201} = \dots\dots\dots \quad \text{หรือ} \quad a_{201} = a_1 + \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \quad = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \quad = \dots\dots\dots$$

13. จงเติมจำนวนในช่องว่างเพื่อทำให้เป็นลำดับเลขคณิต

(1) 3,, 15,,

$$a_1 = 3, \quad a_3 = 15$$

$$a_1 + 2d = 15$$

$$3 + 2d = 15$$

$$2d = 12$$

$$d = 6$$

(2) -25,,,, -7

$$a_1 = \dots\dots\dots, \quad a_5 = -7$$

$$a_1 + 4d = -7$$

.....

.....

.....

(3) -2,, 10,,

(4), 7,,, -14

(5), 40,,, 19

(6),, 21.5,, 10.5

14. จงหาลำดับเลขคณิตในแต่ละข้อต่อไปนี้

(1) $a_7 = 10$ และ $a_{13} = -2$

$$a_7 = a_1 + 6d = 10 \quad \dots(1)$$

$$a_{13} = a_1 + 12d = -2 \quad \dots(2)$$

$$(2)-(1); \quad 6d = -12$$

$$d = \dots\dots\dots$$

แทนค่า d ใน (1)

$$a_1 + \dots\dots\dots = 10$$

$$a_1 = \dots\dots\dots$$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(2) $a_6 = 25$ และ $a_{20} = 81$

$$a_6 = a_1 + 5d = \dots\dots\dots \quad \dots(1)$$

$$a_{20} = a_1 + 19d = \dots\dots\dots \quad \dots(2)$$

$$(2)-(1); \quad \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(3) $a_6 = 50$ และ $a_{41} = 155$

$$a_6 = \dots\dots\dots$$

$$a_{41} = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(4) $a_{11} = 37\frac{1}{2}$ และ $a_{16} = 25$

$$a_{11} = \dots\dots\dots$$

$$a_{16} = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

15. กำหนดพจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 21 ของลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งคือ $7x-8y$ และ $23x-40y$ ตามลำดับ จงหาพจน์ที่ n ของลำดับ

วิธีทำ

$$a_5 = a_1 + 4d = 7x - 8y \quad \dots(1)$$

$$a_{21} = a_1 + 20d = 23x - 40y \quad \dots(2)$$

$$(2)-(1); \quad 16d = 16x - 32y$$

$$d = \dots\dots\dots$$

แทนค่า d ใน (1); $\dots\dots\dots$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

แทนค่าเพื่อหา n ดังนี้

.....

ดังนั้น จำนวนระหว่าง 1 และ 500 ที่หารด้วย 6 และ 9 ลงตัว มี 27 จำนวน

(4) จำนวนที่หารด้วย 6 หรือ 9 ลงตัว

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

=
 =

ดังนั้น จำนวนระหว่าง 1 และ 500 ที่หารด้วย 6 หรือ 9 ลงตัว มี จำนวน

17. ไม้กองหนึ่งวางซ้อนกันเป็นชั้นๆ แต่ละชั้นมีไม้มากกว่าชั้นที่อยู่ถัดขึ้นไป 3 ท่อน ชั้นล่างสุดมีไม้ 376 ท่อน รวมทั้งหมด 100 ชั้น ชั้นบนสุดมีไม้กี่ท่อน

วิธีทำ เขียนลำดับจำนวนไม้จากชั้นล่างสุดขึ้นมาดังนี้

.....

$$a_1 = \dots\dots\dots, d = \dots\dots\dots, n = \dots\dots\dots$$

จากสูตร $a_n = \dots\dots\dots$

แทนค่าในสูตร $a_{100} = \dots\dots\dots$

.....

ดังนั้น ชั้นบนสุดมีไม้ ท่อน

18. ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งมีพจน์ที่ 8 เป็นสองเท่าของพจน์ที่ 13 จงหาว่าพจน์ที่ 4 เป็นสองเท่าของพจน์ที่เท่าไร

วิธีทำ จากโจทย์กำหนด

$$a_8 = 2a_{13}$$

$$a_1 + 7d = \dots\dots\dots$$

.....

ดังนั้น พจน์ที่ เป็นสองเท่าของพจน์ที่ 11



19. ผลบวกของ 5 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ 315 และผลต่างของพจน์ที่ 5 ลบด้วยพจน์แรกเท่ากับ 28 จงหาลำดับนี้

วิธีทำ ให้ 5 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตลำดับนี้คือ $a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$

จากกำหนดผลบวกของ 5 พจน์แรกนี้เท่ากับ

ดังนั้น $(a-2d)+(a-d)+$

.....

.....

ผลต่างของพจน์ที่ 5 ลบด้วยพจน์แรกเท่ากับ

ดังนั้น $(a+2d)-$

.....

.....

ลำดับเลขคณิตที่ต้องการคือ

.....

20. ผลบวกของ 3 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ 111 และผลต่างของกำลังสองของพจน์ที่สามลบด้วยกำลังสองของพจน์แรกเท่ากับ 1,776 จงหาพจน์ที่ 10 ของลำดับนี้

วิธีทำ ให้ 3 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตลำดับนี้คือ $a-d, a, a+d$

จากโจทย์กำหนด จะได้ $(a-d)+a+(a+d) =$

.....

.....

และ $(a+d)^2-(a-d)^2 =$

.....

.....

.....

.....

3 พจน์แรกของลำดับคือ

จาก $a_n = a_1+(n-1)d, a_1 =$, $d =$

$a_{10} =$

.....

.....

21. ผลบวก 4 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ 28 และผลบวกของกำลังสองของสี่พจน์นี้เท่ากับ 216 จงหา 4 พจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ ให้ 4 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตลำดับนี้คือ $a-3d, a-d, \dots, \dots$

จากโจทย์กำหนด จะได้ $(a-3d)+(a-d)+ \dots = \dots$

.....

.....

และ $(a-3d)^2+(a-d)^2+ \dots = \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

22. ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งมี 21 พจน์ ผลบวกของ 3 พจน์กลางเท่ากับ 129 และผลบวกของ 3 พจน์สุดท้ายเท่ากับ 237 จงหาลำดับนี้

วิธีทำ จากโจทย์ ผลบวกของ 3 พจน์กลางคือ $a_{10}+a_{11}+a_{12}$ ซึ่งเท่ากับ 129

ดังนั้น $(a_1+9d)+(a_1+10d)+(a_1+11d) = 129$

.....

.....

จากโจทย์ ผลบวก 3 พจน์สุดท้ายคือ $a_{19}+a_{20}+a_{21}$ เท่ากับ

ดังนั้น $(a_1+18d)+ \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น ลำดับนี้คือ



23. 125 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับ $-7, -1, 5, \dots$

วิธีทำ จากพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

จากกำหนด $a_1 = \dots\dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$

ให้ 125 เป็นพจน์ที่ n ของลำดับ $-7, -1, 5, \dots$

$$125 = \dots\dots\dots$$

.....

ดังนั้น 125 เป็นพจน์ที่ ของลำดับ $-7, -1, 5, \dots$

24. -141 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับ $9, 4, -1, \dots$

วิธีทำ จากพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต $a_n = \dots\dots\dots$

จากกำหนด $a_1 = \dots\dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$

ให้ -141 เป็นพจน์ที่ n ของลำดับ

.....

ดังนั้น -141 เป็นพจน์ที่ ของลำดับ $9, 4, -1, \dots$

25. 112 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับ $2x, 8x, 10x+8, \dots$

วิธีทำ จากพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

จากกำหนด $a_1 = \dots\dots 2x \dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$

.....

จะได้ $a_1 = \dots\dots$ และ $d = \dots\dots$

ให้ 112 เป็นพจน์ที่ n ของลำดับ

.....

ดังนั้น 112 เป็นพจน์ที่ ของลำดับ $4, 16, 28, \dots$

26. ผลบวก 5 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ 30 และผลบวกของกำลังสองของ 5 พจน์นี้เท่ากับ 220 จงหาพจน์ที่ 10 ของลำดับนี้

วิธีทำ ให้ 5 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตลำดับนี้คือ $x-2d, x-d, x, x+d, x+2d$

ผลบวก 5 พจน์แรกเท่ากับ 30 จะได้

$$(x-2d)+(x-d)+x+(x+d)+(x+2d) = 30$$

.....

.....

จะได้ลำดับนี้คือ

ผลบวกของกำลังสองของ 5 พจน์นี้เท่ากับ 220

$$(6-2d)^2+(6-d)^2+6^2+(6+d)^2+(6+2d)^2 = 220$$

$$(36-24d+4d^2)+(36-12d+d^2)+36+(36+12d+d^2)+(36+24d+4d^2) = 220$$

$$180+10d^2 = 220$$

.....

.....

เมื่อ $d =$ จะได้ลำดับคือ

.....

พจน์ที่ 10 คือ

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

=

=

เมื่อ $d =$ จะได้ลำดับคือ

.....

พจน์ที่ 10 คือ

$$a_{10} =$$

=

=



27. พนักงานบริษัทคนหนึ่งบรรจุเข้าทำงานปีแรกได้รับเงินเดือน 7,400 บาท เขาได้รับเงินเดือนเพิ่มปีละ 450 บาท จงหาว่าปีที่ 12 เขาได้รับเงินเดือนเท่าไร

วิธีทำ ปีแรกได้รับเงินเดือน 7,400 บาท
 ปีที่สองได้รับเงินเดือน $7,400 + 450 = \dots\dots\dots$ บาท
 ปีที่สามได้รับเงินเดือน $7,850 + 450 = \dots\dots\dots$ บาท
 ลำดับคือ $\dots\dots\dots$
 พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตคือ $a_n = \dots\dots\dots$
 $a_1 = \dots\dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$, $n = \dots\dots\dots$
 แทนค่าในพจน์ที่ 12 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

ดังนั้น ปีที่ 12 เขาได้รับเงินเดือน $\dots\dots\dots$ บาท

28. ชายคนหนึ่งได้รับเงินเดือนโดยเงินเดือนขึ้นเป็นรายปีและเงินเดือนเรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต ปีแรกได้รับเงินเดือน 5,600 บาท ปีที่ 6 ได้รับเงินเดือน 8,100 บาท จงหาว่าปีที่ 10 เขาจะได้รับเงินเดือนเท่าไร

วิธีทำ ปีแรกได้รับเงินเดือน $\dots\dots\dots$
 จะได้ $a_1 = \dots\dots\dots$
 ปีที่ 6 ได้รับเงินเดือน $\dots\dots\dots$
 จะได้ $a_6 = \dots\dots\dots$
 ดังนั้น $a_1 + 5d = \dots\dots\dots$
 หาค่า d ; $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

ปีที่ 10; $a_{10} = a_1 + \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

ดังนั้น ปีที่ 10 เขาจะได้รับเงินเดือน $\dots\dots\dots$ บาท

การใช้ลำดับเลขคณิตหาสูตรเงินรวมที่กิดดอกเบียแบบคงต้น

ลงทุน P บาท อัตราดอกเบี้ย i ต่องวด นาน n งวด

งวดที่ 1 เงินต้น P บาท ดอกเบียสะสม Pi บาท เงินรวม $P+Pi$ บาท

งวดที่ 2 เงินต้น P บาท ดอกเบียสะสม $2Pi$ บาท เงินรวม $P+2Pi$ บาท

งวดที่ 3 เงินต้น P บาท ดอกเบียสะสม $3Pi$ บาท เงินรวม $P+3Pi$ บาท

⋮ ⋮ ⋮

งวดที่ n เงินต้น P บาท ดอกเบียสะสม nPi บาท เงินรวม $P+nPi$ บาท

ลำดับของเงินรวมคือ $P+Pi, P+2Pi, P+3Pi, \dots, P+nPi$ เป็นลำดับเลขคณิต

ถ้า S เป็นเงินรวมที่ได้จากการคิดดอกเบียแบบคงต้นในอัตรา $i\%$ ต่องวด นาน n งวด คือ พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต จะได้

$$S = P+nPi$$

$$S = P(1+ni)$$

29. วิสัณภูเงินจากมัลลิกาเป็นเงิน 20,000 บาท โดยเสียดอกเบียแบบคงต้นในอัตราร้อยละ 1.25 ต่อเดือน จงหา

(1) เงินรวมในเดือนที่ 7

(2) เงินรวมในเดือนที่ 11

วิธีทำ

จาก $S = P(1+ni)$

(1) $P = \dots\dots\dots, i = \dots\dots\dots, n = \dots\dots\dots$

แทนค่า $S = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ดังนั้น เงินรวมในเดือนที่ 7 เท่ากับ $\dots\dots\dots$

(2) $P = \dots\dots\dots, i = \dots\dots\dots, n = \dots\dots\dots$

แทนค่า $S = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ดังนั้น เงินรวมในเดือนที่ 11 เท่ากับ $\dots\dots\dots$



30. สมชัยกู้เงินสมพงษ์ซึ่งคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น ถ้ากู้หนาน 8 เดือน จะต้องจ่ายเงินรวม 44,800 บาท แต่ถ้ากู้หนาน 18 เดือน จะต้องจ่ายเงินรวม 50,800 บาท จงหาเงินต้นและอัตราดอกเบี้ยต่อเดือน

วิธีทำ

จาก $S = P(1+ni)$

กู้หนาน 8 เดือน จ่ายเงินรวม บาท

นั่นคือ $44,800 = P(1+8i)$ (1)

กู้หนาน 18 เดือน จ่ายเงินรวม บาท

นั่นคือ

(2)–(1);

.....

.....

แทนค่า i ใน (1);

.....

.....

แทนค่า P ใน (3);

.....

.....

31. มงคลให้ทองคำเงิน 60,000 บาท โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 18 ต่อปี เมื่อครบ $2\frac{1}{2}$ ปี อนาคตจะต้องส่งเงินต้นคืนพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินเท่าไร

วิธีทำ อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 18 ต่อปี หรือร้อยละ ต่อเดือน

$2\frac{1}{2}$ ปี คิดเป็น เดือน

จากสูตร $S = P(1+ni)$

$P =$

$n =$

$i =$

แทนค่า $S =$

..... =

..... =

..... =

ดังนั้น อนาคตจะต้องส่งเงินต้นคืนพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงิน บาท

32. คมคายกู้เงินสหกรณ์ออมทรัพย์แห่งหนึ่งเป็นเงิน 20,000 บาท โดยสัญญาจะจ่ายเงินต้นคืนเดือนละ 1,000 บาท พร้อมดอกเบี้ยของเงินต้นแต่ละเดือน ถ้า 15 ต่อปี จงหา ดอกเบี้ยที่คมคายต้องจ่ายในเดือนที่ 12

วิธีทำ คมคายจ่ายเงินต้นเดือนละ

เสียดอกเบี้ยร้อยละ ต่อปี หรือร้อยละ ต่อเดือน

เดือนแรกเงินต้น 20,000 บาท เสียดอกเบี้ย

เดือนที่สองเงินต้น บาท เสียดอกเบี้ย

เดือนที่สามเงินต้น บาท เสียดอกเบี้ย

ลำดับของการเสียดอกเบี้ยต่อเดือนคือ

$a_1 =$, $d =$

จากสูตร $a_n =$

$a_{12} =$

..... =

..... =

ดังนั้น เดือนที่ 12 คมคายเสียดอกเบี้ย บาท



33. อดุลย์กู้เงินจากสถาบันการเงินแห่งหนึ่ง 36,000 บาท โดยสัญญาจะจ่ายเงินต้นคืนเดือนละเท่า ๆ กัน นาน 2 ปี พร้อมดอกเบี้ยอัตราร้อยละ 15 ของเงินต้นที่เหลือในแต่ละเดือน จงหา

- (1) อดุลย์จะต้องจ่ายค่าดอกเบี้ยสิ้นเดือนที่ 15 เท่าไร
- (2) อดุลย์จะต้องจ่ายค่าผ่อนส่งเดือนสุดท้ายทั้งหมดเท่าไร

วิธีทำ อดุลย์จะต้องจ่ายเงินต้นเดือนละ $\frac{36000}{24} = \dots\dots\dots$
 ลำดับของเงินต้นเป็นดังนี้

36,000, $\dots\dots\dots$

อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 15 ต่อปี หรือร้อยละ $\frac{15}{12} = \dots\dots\dots$ ต่อเดือน

สิ้นเดือนแรกจ่ายดอกเบี้ย $\frac{1.25}{100} \times 36,000 = \dots\dots\dots$

สิ้นเดือนที่สองจ่ายดอกเบี้ย $\frac{1.25}{100} \times 34,500 = \dots\dots\dots$

สิ้นเดือนที่สามจ่ายดอกเบี้ย $\dots\dots\dots$

ลำดับของดอกเบี้ยที่จ่ายคือ $\dots\dots\dots$ เป็นลำดับ $\dots\dots\dots$

$a_1 = \dots\dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$

(1) จากสูตร พจน์ที่ 15 คือ $a_{15} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ดังนั้น ดอกเบี้ยสิ้นเดือนที่ 15 เท่ากับ $\dots\dots\dots$ บาท

(2) เดือนสุดท้ายจ่ายเงินต้นเหลือ $\dots\dots\dots$ บาท

เสียดอกเบี้ย $\dots\dots\dots$

ดังนั้น เดือนสุดท้ายจ่ายค่าผ่อนส่งทั้งหมด $\dots\dots\dots$

3. ลำดับเรขาคณิต

ตรงกับหัวข้อ 3.1.3 ของ สสวท. หน้า 120

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถหาพจน์ต่างๆ ของลำดับเรขาคณิตได้
2. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับลำดับเรขาคณิตในการแก้ปัญหาได้
3. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหาได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

บทนิยาม

ลำดับเรขาคณิต (geometric sequence) คือ ลำดับที่อัตราส่วนซึ่งได้จากพจน์ที่ $n+1$ หารด้วยพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากัน ค่าคงตัวนี้เรียกว่า **อัตราส่วนร่วม (common ratio)**

ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต และ r เป็นอัตราส่วนร่วม

$$\text{จากบทนิยาม} \quad r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$\text{หรือ } a_{n+1} = a_n r \text{ เมื่อ } n \in I^+$$

ตัวอย่างลำดับเรขาคณิต

$\frac{1}{2}, 1, 2, 4, \dots$ มีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2

$$\left(r = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \dots \right)$$

$-16, 8, -4, 2, \dots$ มีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $-\frac{1}{2}$

$$\left(r = \frac{8}{-16} = \frac{-4}{8} = \frac{2}{-4} = \dots \right)$$

$$\text{จาก} \quad a_{n+1} = a_n r$$

$$a_2 = a_1 r = (a_1 r) r = a_1 r^2 = a_1 r^{3-1}$$

$$a_3 = a_2 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3 = a_1 r^{4-1}$$

$$a_4 = a_3 r = (a_1 r^3) r = a_1 r^4 = a_1 r^{5-1}$$

ดังนั้น

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

เมื่อกำหนดพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ a_1 และอัตราส่วนร่วมคือ r เราสามารถหาพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปได้เสมอ





แบบฝึกหัดที่ 3

ตรงกับแบบฝึกหัด 3.1.3 ของ สสวท. หน้า 127

1. จงเขียนพจน์ที่ 4, พจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิตพร้อมทั้งบอกอัตราส่วนร่วม

(1) $1, -3, 9, \dots, \dots, \dots$ $r = \dots$

(2) $\sqrt{3}, \sqrt{6}, 2\sqrt{3}, \dots, \dots, \dots$ $r = \dots$

(3) $2, -2, 2, \dots, \dots, \dots$ $r = \dots$

(4) $5, 0.5, 0.05, \dots, \dots, \dots$ $r = \dots$

(5) $2, 6, 18, \dots, \dots, \dots$ $r = \dots$

(6) $4, -12, 36, \dots, \dots$ $r = \dots$

(7) $5, 5, 5, \dots, \dots, \dots$ $r = \dots$

(8) $\frac{27}{4}, \frac{9}{2}, 3, \dots, \dots$ $r = \dots$

(9) $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \dots, \dots$ $r = \dots$

(10) $2, 20, 200, \dots, \dots$ $r = \dots$

2. ลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นลำดับเลขคณิตหรือลำดับเรขาคณิตหรือไม่เป็นทั้งลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต ถ้าเป็นลำดับเลขคณิตให้บอกผลต่างร่วม ถ้าเป็นลำดับเรขาคณิตให้บอกอัตราส่วนร่วม

(1) $1, 3, 7, 15$

.....
.....

(2) $1, 0, 1, 0$

.....
.....

(3) $1, -1, 1, -1$

.....
.....

(4) $1, 1, 1, 1$

.....
.....

(5) $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

.....
.....

(6) $16, 8, 4, 2$

.....
.....

(7) $3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$

.....
.....

(8) a, abc, ab^2c^2, ab^3c^3

.....
.....

(9) $5, -1, \frac{1}{5}$

.....

(10) $1, 1, 2, 3, 5, 8$

.....

(11) $a-b, a, a+b, a+2b$

.....

(12) $1, a^2, a^4, a^6, \dots$

.....

3. จงหาพจน์ในช่องว่าง แล้วทำให้ลำดับนั้นเป็นลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

ลำดับ	ลำดับเลขคณิต	ลำดับเรขาคณิต
(1) 3, 6,
(2) 5, -10,
(3), 2, 4
(4), 3, -9
(5) 2, 6,
(6) -1, 4,
(7), 9, 27
(8), 36, 216

4. กำหนดพจน์แรกและอัตราส่วนร่วม จงหาลำดับเรขาคณิต

(1) $a_1 = 6, r = 6$

$a_2 = a_1 r = 6(6) = \dots\dots\dots$

$a_3 = a_1 r^2 = 6(6)^2 = \dots\dots\dots$

$a_4 = a_1 r^3 = 6(6)^3 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ

(2) $a_1 = 36, r = 6$

$a_2 = a_1 r = 36(6) = \dots\dots\dots$

$a_3 = a_1 r^2 = \dots\dots\dots$

$a_4 = a_1 r^3 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ

(3) $a_1 = 9, r = 3$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ

(4) $a_1 = 27, r = 3$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ



(5) $a_1 = \frac{1}{2}, r = \frac{1}{2}$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(6) $a_1 = \frac{2}{3}, r = \frac{2}{3}$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(7) $a_1 = 1, r = 4$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(8) $a_1 = 2, r = 3$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(9) $a_1 = \frac{1}{2}, r = -3$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

(10) $a_1 = \frac{81}{8}, r = \frac{2}{3}$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$

5. กำหนดพจน์แรกและอัตราส่วนร่วม จงหาพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต

(1) $a_1 = 3, r = -2, n = 5$

$a_n = a_1 r^{n-1}$
 $= 3(-2)^{n-1}$

$a_5 = a_1 r^4$
 $= 3(-2)^4$
 $= 3(16)$
 $= \dots\dots\dots$

(2) $a_1 = 20, r = -1, n = 21$

$a_n = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

$a_{21} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

(3) $a_1 = 2, r = -\frac{1}{2}, n = 10$

$a_n = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$a_{10} = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

(4) $a_1 = -3, r = -\frac{1}{4}, n = 5$

$a_n = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

6. จงหาพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต

(1) $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots, n = 9$

$a_1 = \frac{1}{16}, r = -\frac{1}{8} \times \frac{16}{1} = -2$

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_9 = a_1 r^8$

$= \frac{1}{16}(-2)^8$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

(2) $\frac{1}{4}, 1, 4, \dots, n = 6$

$a_1 = \dots\dots\dots, r = \dots\dots\dots$

$a_n = \dots\dots\dots$

$a_6 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

(3) $30, -3, 0.3, \dots, n = 6$

$a_1 = \dots\dots\dots, r = \dots\dots\dots$

$a_n = \dots\dots\dots$

$a_6 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

(4) $0.0002, 0.02, 2, \dots, n = 5$

$a_1 = \dots\dots\dots, r = \dots\dots\dots$

$a_n = \dots\dots\dots$

$a_5 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$



(5) $\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{9}{2}, -\frac{27}{2}, \dots, n = 5$

$a_1 = \dots, r = \dots$

$a_n = \dots$

$a_5 = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(6) $-\frac{8}{25}, \frac{4}{5}, -2, 5, \dots, n = 6$

$a_1 = \dots, r = \dots$

$a_n = \dots$

$a_6 = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

$= \dots$

7. ชายคนหนึ่งส่งจดหมาย 4 ฉบับ ถึงเพื่อน 4 คน เมื่อทุกคนได้รับแล้วหลังจากนั้น 1 สัปดาห์จะต้องส่งจดหมายคนละ 2 ฉบับยังเพื่อนอีก 2 คน ทำเช่นนี้เรื่อยไป ในสัปดาห์ที่ 6 จะมีการส่งจดหมายกี่ฉบับ

วิธีทำ เริ่มแรกส่งจดหมาย 4 ฉบับ

สัปดาห์ที่ 2 มีการส่งจดหมาย 8 ฉบับ

สัปดาห์ที่ 3 มีการส่งจดหมาย 16 ฉบับ

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_1 = \dots, r = \dots$

$a_6 = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

ดังนั้น สัปดาห์ที่ 6 มีการส่งจดหมาย ฉบับ

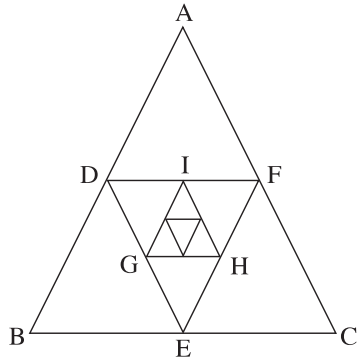
8. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งมีด้านยาวด้านละ 64 เซนติเมตร

รูปสามเหลี่ยมรูปที่สองเกิดจากการลากส่วนของเส้นตรงต่อจุดกึ่งกลางด้านของรูปที่หนึ่ง

รูปสามเหลี่ยมรูปที่สามเกิดจากการลากส่วนของเส้นตรงต่อจุดกึ่งกลางด้านของรูปที่สอง

ทำเช่นนี้เรื่อยไป จงหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมรูปที่หก

วิธีทำ เนื่องจากส่วนของเส้นตรงที่ต่อจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมจะยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่เหลือ



เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับ

เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม DEF เท่ากับ

เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม GHI เท่ากับ

ลำดับคือ

$$a_1 = \dots\dots\dots, r = \dots\dots\dots$$

$$a_n = \dots\dots\dots$$

$$a_6 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

ดังนั้น ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมรูปที่หกคือ เซนติเมตร

9. จงหาพจน์กลาง 2 พจน์ระหว่างพจน์ของลำดับเรขาคณิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1) 2 และ -2

ให้ 2, x , y , -2 เป็นลำดับเรขาคณิต

$$a_1 = 2, a_4 = -2$$

$$a_1 r^3 = -2$$

$$2r^3 = -2$$

$$r^3 = -1$$

$$r = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น พจน์กลาง 2 พจน์ คือ

(2) 3 และ 24

.....

$$a_1 = \dots\dots\dots, a_4 = \dots\dots\dots$$

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น พจน์กลาง 2 พจน์ คือ

12. $\frac{512}{3}$ เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{24}, -\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \dots$

วิธีทำ ลำดับ $\frac{1}{24}, -\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \dots$

$$a_1 = \dots, r = \dots$$

หาพจน์ที่ n ; $a_n = \dots$

แทนค่า

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

13. พจน์ที่ 5 ของลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ $\frac{3}{4}$ และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $\frac{3}{2}$ จงหาพจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ โจทย์กำหนด

.....

.....

.....

.....

.....



14. จงหาพจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 8 ของลำดับ $64, -32, 16, \dots$

วิธีทำ จากสูตร

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_1 = \dots, r = \dots$$

$$a_5 =$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$a_8 = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$



การใช้ลำดับเรขาคณิตหาสูตรเงินรวมที่คิดดอกเบี้ย

แบบทบทวน

ตรงกับหัวข้อ 3.3 ของ สสวท. หน้า 142

ลงทุน P บาท อัตราดอกเบี้ย i ต่องวด นาน n งวด

งวดที่ 1 เงินต้น P เงินรวม $P(1+i)$

งวดที่ 2 เงินต้น $P(1+i)$ เงินรวม $P(1+i)(1+i) = P(1+i)^2$

งวดที่ 3 เงินต้น $P(1+i)^2$ เงินรวม $P(1+i)^2(1+i) = P(1+i)^3$

⋮

งวดที่ n เงินต้น $P(1+i)^{n-1}$ เงินรวม $P(1+i)^{n-1}(1+i) = P(1+i)^n$

ลำดับของเงินรวมคือ $P(1+i), P(1+i)^2, P(1+i)^3, \dots, P(1+i)^n$

ถ้าเงินรวม S ที่ได้จากการคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นในอัตรา i ต่องวด เป็นเวลา n งวด คือ พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต

ดังนั้น

$$S = P(1+i)^n$$

ตรงกับแบบฝึกหัด 3.3 ของ สสวท. หน้า 155

15. คอมพิวเตอร์ชุดหนึ่งราคา 40,000 บาท คิดค่าเสื่อมราคาแบบอัตราคงที่จากยอดคงเหลือลดลงในอัตรา 20% จงหาราคาของเครื่องคอมพิวเตอร์ชุดนี้หลังจากใช้ไปครบ 3 ปี

วิธีทำ จาก $S = P(1+i)^n$

จากโจทย์ $P = \dots\dots\dots$

$i = \dots\dots\dots$

$n = \dots\dots\dots$

แทนค่า จะได้ $S = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น หลังจากใช้ไป 3 ปี ราคาคอมพิวเตอร์จะเหลือ..... บาท

16. สมบูรณ์กู้เงิน 50,000 บาท โดยเสียดอกเบี้ยในอัตราร้อยละ 2 ต่อเดือน สมบูรณ์ไม่ได้จ่ายดอกเบี้ยนาน 4 เดือน สมบูรณ์จะต้องจ่ายเงินรวมเมื่อสิ้นเดือนที่สี่เป็นเงินเท่าไร ถ้าผู้ให้กู้คิดดอกเบี้ยทบต้นเดือนละครั้ง

วิธีทำ จาก $S = P(1+i)^n$

จากโจทย์ $P = \dots\dots\dots$

$i = \dots\dots\dots$

$n = \dots\dots\dots$

แทนค่า จะได้ $S = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น เดือนที่สี่สมบูรณ์ต้องจ่ายเงินรวม..... บาท



4. อนุกรม

ตรงกับหัวข้อ 3.2 ของ สสวท. หน้า 129

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของอนุกรมได้
2. นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์แทนการบวกได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง

ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับจำกัดที่มี n พจน์ จะเรียกรวมการเขียนแสดงผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับว่า **อนุกรมจำกัด (finite series)**

อนุกรม : $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ มี $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นพจน์ที่ $1, 2, 3, \dots, n$ ของอนุกรม ตามลำดับให้ S_n แทนผลบวก n พจน์บวกของอนุกรม

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

⋮

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

สัญลักษณ์แทนการบวก

ตัวอย่าง

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$\sum_{i=1}^5 i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$\sum_{i=1}^3 i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2$$

$$\sum_{k=1}^4 (2k-1) = (2(1)-1) + (2(2)-1) + (2(3)-1) + (2(4)-1)$$

Σ เป็นอักษรกรีก อ่านว่า ซิกมา



สมบัติของ Σ

1.

$$\sum_{i=1}^n c = nc \text{ เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

เช่น

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^7 3 &= 3+3+3+3+3+3+3 \\ &= 7 \times 3 \\ &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 (-5) &= (-5)+(-5)+(-5) \\ &= 3 \times (-5) \\ &= -15 \end{aligned}$$

2.

$$\sum_{i=1}^n ca_i = c \sum_{i=1}^n a_i \text{ เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

เช่น

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 4i^3 &= 4 \sum_{i=1}^5 i^3 \\ &= 4(1^3+2^3+3^3+4^3+5^3) \\ &= 4 \times 225 \\ &= 900 \end{aligned}$$

3.

$$\sum_{i=1}^n (a_i \pm b_i) = \sum_{i=1}^n a_i \pm \sum_{i=1}^n b_i$$

เช่น

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 (5i-4) &= \sum_{i=1}^3 5i - \sum_{i=1}^3 4 \\ &= 5 \sum_{i=1}^3 i - 3 \times 4 \\ &= 5(1+2+3) - 12 \\ &= 30 - 12 \\ &= 18 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 (5i-4) &= (5(1)-4) + (5(2)-4) + (5(3)-4) \\ &= (5-4) + (10-4) + (15-4) \\ &= 1+6+11 \\ &= 18 \end{aligned}$$



ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม

$$1. \sum_{i=1}^n i = 1+2+3+\dots+(n-2)+(n-1)+n$$

$$= \frac{n}{2}(n+1)$$

ใช้สัญลักษณ์

$$\Sigma n = \frac{n}{2}(n+1)$$

$$2. \sum_{i=1}^n i^2 = 1^2+2^2+3^2+\dots+(n-2)^2+(n-1)^2+n^2$$

$$= \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$$

ใช้สัญลักษณ์

$$\Sigma n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$$

$$3. \sum_{i=1}^n i^3 = 1^3+2^3+3^3+\dots+(n-2)^3+(n-1)^3+n^3$$

$$= \left[\frac{n}{2}(n+1) \right]^2$$

ใช้สัญลักษณ์

$$\Sigma n^3 = \left[\frac{n}{2}(n+1) \right]^2$$

ตัวอย่าง จงหาผลบวกของอนุกรม

$$1. 1+2+3+\dots+100 = \frac{100}{2}(100+1)$$

$$= 50 \times 101$$

$$= 5,050$$

$$2. 1^2+2^2+3^2+\dots+10^2 = \frac{10}{6}(10+1)(2(10)+1)$$

$$= \frac{10}{6}(11)(21)$$

$$= 385$$

$$3. 1^3+2^3+3^3+\dots+10^3 = \left[\frac{10}{2}(10+1) \right]^2$$

$$= [5(11)]^2$$

$$= 55^2$$

$$= 3,025$$

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงหาผลบวกของอนุกรม

$$(1) \sum_{k=1}^5 k = 1+2+3+4+5$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(2) \sum_{i=0}^3 (-i) = (-0)+(-1)+(-2)+(-3)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(3) \sum_{k=-1}^2 (k-2)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(4) \sum_{i=3}^6 (i+3)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(5) \sum_{k=1}^4 3k = 3 \sum_{k=1}^4 k$$

$$= 3(1+2+3+4)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(6) \sum_{i=2}^6 5i = 5 \sum_{i=2}^6 i$$

$$= 5(2+3+4+5+6)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(7) \sum_{k=2}^4 (3-k)$$

$$= (3-2)+(3-3)+(3-4)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(8) \sum_{k=10}^{12} (2k+1)$$

$$= (2(10)+1)+(2(11)+1)+(2(12)+1)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

2. จงหาผลบวกของอนุกรม

$$(1) \sum_{n=1}^6 3n$$

$$= 3 \sum_{n=1}^6 n$$

$$= 3(1+2+3+4+5+6)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

หรือ

$$\sum_{n=1}^6 3n$$

$$= 3 \sum_{n=1}^6 n$$

$$= 3 \left[\frac{6}{2} (6+1) \right]$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$



$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \sum_{i=1}^{10} (4i-1) \\
 &= (4(1)-1) + (4(2)-1) + (4(3)-1) \\
 &\quad + \dots + (4(10)-1) \\
 &= \underbrace{3+7+11+\dots+39}_{10 \text{ จำนวน}} \\
 &= \frac{10}{2}(3+39) \\
 &= \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{หรือ} \quad & \sum_{i=1}^{10} (4i-1) \\
 &= 4 \sum_{i=1}^{10} i - \sum_{i=1}^{10} 1 \\
 &= 4 \left[\frac{10}{2}(10+1) \right] - (10 \times 1) \\
 &= \dots \\
 &= \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \sum_{k=3}^{10} (6-k) \\
 &= (6-3) + (6-4) + (6-5) + \dots + (6-10) \\
 &= \dots \\
 &= \dots \\
 &= \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{หรือ} \quad & \sum_{k=3}^{10} (6-k) \\
 &= \sum_{k=3}^{10} 6 - \sum_{k=3}^{10} k \\
 &= (8 \times 6) - \frac{8}{2}(3+10) \\
 &= \dots \\
 &= \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & \sum_{i=1}^{10} 5(i+3) \\
 &= \sum_{i=1}^{10} (5i+15) \\
 &= \dots \\
 &= \dots \\
 &= \dots \\
 &= \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{หรือ} \quad & \sum_{i=1}^{10} 5(i+3) \\
 &= 5 \sum_{i=1}^{10} i + \sum_{i=1}^{10} 15 \\
 &= \dots \\
 &= \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

3. จงเขียนสัญลักษณ์แทนการบวกต่อไปนี้

(1) $3+8+13+18$

$$= (5-2)+(10-2)+(15-2)+(20-2)$$

$$= \underbrace{(5(1)-2)+(5(2)-2)+(5(3)-2)+(5(4)-2)}_{4 \text{ จำนวน}}$$

$$= \dots\dots\dots$$

(2) $5+8+11+14+17$

$$= (3+2)+(6+2)+\dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(3) $-5-2+1+4+7+10$

$$= (3-8)+(6-8)+(9-8)+\dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(4) $7+3-1-5-9$

$$= (11-4)+(11-8)+(11-12)+\dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$



5. อนุกรมเลขคณิต

ตรงกับหัวข้อ 3.2.1 ของ สสวท. หน้า 129

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้
2. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิตในการแก้ปัญหา

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง

อนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิต เรียกว่า **อนุกรมเลขคณิต (arithmetic series)** และผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตจะเป็นผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิตด้วย

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต

ให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต ที่มี a_1 เป็นพจน์แรก และ d เป็นผลต่างร่วม

$$\begin{aligned}
 S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \\
 &= a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + [a_1 + (n-1)d] \\
 &= \underbrace{a_1 + a_1 + a_1 + \dots + a_1}_n \text{ ตัว} + \underbrace{d + 2d + 3d + \dots + (n-1)d}_{n-1 \text{ ตัว}} \\
 &= na_1 + [1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)]d \\
 &= na_1 + \frac{(n-1)}{2} [(n-1) + 1]d \\
 &= na_1 + \frac{(n-1)nd}{2} \\
 &= \frac{2na_1 + (n-1)nd}{2} \\
 &= \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]
 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

เมื่อทราบ a_1, d และ n

$$S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_1 + (n-1)d]$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

เมื่อทราบ a_1, a_n และ n

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

หรือ

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$



แบบฝึกหัดที่ 5

ตรงกับแบบฝึกหัด 3.2.1 ของ สสวท. หน้า 134

1. จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมต่อไปนี้

(1) $1+4+7+\dots$ ถึง 20 พจน์

$$a_1 = \dots, d = \dots$$

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{20} =$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

(2) $100+95+90+\dots$ ถึง 15 พจน์

$$a_1 = \dots, d = \dots$$

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{15} =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

(3) $4+8+12+\dots$ ถึง 100 พจน์

$$a_1 = \dots, d = \dots$$

$$\text{จากสูตร } S_n = \dots$$

$$S_{100} = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

(4) $36+30+24+18+\dots$ ถึง 50 พจน์

$$a_1 = \dots, d = \dots$$

$$\text{จากสูตร } S_n = \dots$$

$$S_{50} = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$



2. จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมต่อไปนี้

(1) $1+2+3+\dots+100$

$a_1 = \dots, a_n = \dots$

$n = \dots$

จากสูตร $S_n = \frac{n}{2}(a_1+a_n)$

$S_{100} = \frac{100}{2}(1+100)$

$= \dots$

$= \dots$

(2) $1+2+3+\dots+200$

$a_1 = \dots, a_n = \dots$

$n = \dots$

จากสูตร $S_n = \dots$

$\dots = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(3) $1+3+5+\dots+99$

$a_1 = \dots, a_n = \dots$

$n = \dots$

จากสูตร $S_n = \dots$

$S_{50} = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(4) $2+4+6+\dots+100$

$a_1 = \dots, a_n = \dots$

$n = \dots$

จากสูตร $S_n = \dots$

$S_{50} = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(5) $100+101+102+\dots+199$

$a_1 = \dots, a_n = \dots$

$n = \dots$

จากสูตร $S_n = \dots$

$\dots = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(6) $10+20+30+\dots+200$

$a_1 = \dots, a_n = \dots$

$n = \dots$

จากสูตร $S_n = \dots$

$\dots = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

3. จงหา S

$$(1) \quad S = 3+4+5+6+7 \quad \dots(1) \quad (2) \quad S = 11+13+15+17+19 \quad \dots(1)$$

$$S = 7+6+5+4+3 \quad \dots(2) \quad S = 19+17+15+13+11 \quad \dots(2)$$

$$(1)+(2); 2S = 10+10+10+10+10 \quad (1)+(2); 2S = \dots\dots\dots$$

$$2S = 50 \quad \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$S = \frac{50}{2} \quad \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \quad \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$(3) \quad S = 1+2+3+\dots+199 \quad \dots(1)$$

$$S = 199+198+197+\dots+1 \quad \dots(2)$$

.....

.....

.....

.....

4. ศตวรรษเริ่มสะสมแสงตมปีเดือนแรก 24 ดวง เดือนถัดไปสะสมเพิ่มขึ้นเดือนละ 6 ดวง นานเท่าไร ศตวรรษจึงจะมีแสงตมปี 2,400 ดวง

วิธีทำ เดือนแรกสะสมแสงตมปี 24 ดวง

เดือนที่สองสะสมแสงตมปี $24+6 = 30$ ดวง

เดือนที่สามสะสมแสงตมปี ดวง

อนุกรมคือ

อนุกรมนี้เป็นอนุกรม

สูตรผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม คือ

แทนค่าในสูตรได้ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น ศตวรรษจะมีแสงตมปีครบ 2,400 ดวง เมื่อเวลาผ่านไป เดือน

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ เมื่อ $n =$

.....

เมื่อ $n =$

.....

เนื่องจากการเดินทางจะถึงจุดหมายปลายทางในวันใดวันหนึ่งเท่านั้น

จึงควรตรวจสอบพจน์สุดท้ายของอนุกรม

จาก
$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น เขาใช้เวลาเดินทาง วัน

7. อนุภาคสองชิ้นอยู่ห่างกัน 268 เซนติเมตร เคลื่อนในแนวตรงเข้าหากัน
 อนุภาคชิ้นแรกเคลื่อนที่ได้ทาง 20, 18, 16, ... เซนติเมตร ในวินาทีที่ 1, 2, 3, ... ตามลำดับ
 อนุภาคชิ้นที่สองเคลื่อนที่ได้ทาง 24, 23, 22, ... เซนติเมตร ในวินาทีที่ 1, 2, 3, ... ตามลำดับ
 ถ้าอนุภาคทั้งสองเริ่มเคลื่อนที่พร้อมกันเข้าหากัน นานเท่าไรที่อนุภาคทั้งสองจึงจะพบกัน และ
 อนุภาคแต่ละชิ้นเคลื่อนที่ได้ทางเท่าไร

วิธีทำ ให้อนุภาคทั้งสองพบกันเมื่อเวลาผ่านไป n วินาที

จากสูตรผลบวก n พจน์แรกคือ $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

อนุภาคชิ้นแรกเคลื่อนที่ได้ทาง $20+18+16+\dots$ ถึง n พจน์

ให้
$$20+18+16+\dots = \frac{n}{2} [2(20) + (n-1)(-2)]$$

อนุภาคชิ้นที่สองเคลื่อนที่ได้ทาง

ให้



ระยะทางที่อนุภาคทั้งสองเคลื่อนที่เข้าหากันเป็นระยะทาง 268 เซนติเมตร
ดังนั้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น อนุภาคทั้งสองพบกันในวินาทีที่

อนุภาคชิ้นแรกเคลื่อนที่ได้

เซนติเมตร

อนุภาคที่สองเคลื่อนที่ได้

เซนติเมตร

8. จงหาผลบวกของอนุกรม $205 + 192 + 179 + \dots + (-107)$

วิธีทำ อนุกรม $205 + 192 + 179 + \dots + (-107)$

ต้องการหาอนุกรมนี้เมื่อพจน์จาก $a_1 = a_1 + (n-1)d$

ในที่นี้ $a_1 = \dots$, $d = \dots$, $a_n = \dots$

แทนค่าในสูตร จะได้

.....

.....

.....

.....

อนุกรมนี้มี พจน์

หาผลบวกของอนุกรมจากสูตร $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

แทนค่าในสูตร จะได้

.....

.....



10. อนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งมี $S_{10} = 465$ และ $9S_3 = 4S_6$

- จงหา (1) อนุกรมนี้
 (2) พจน์ที่ 10
 (3) ผลบวก 15 พจน์แรก

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

จากโจทย์ $S_{10} = 465$

$$\frac{10}{2} [2a_1 + 9d] = 465$$

จากโจทย์ $9S_3 = 4S_6$

(1) อนุกรมคือ

(2) พจน์ที่ 10 คือ $a_{10} =$

(3) ผลบวก 15 พจน์แรก $S_{15} =$

6. อนุกรมเรขาคณิต

ตรงกับหัวข้อ 3.2.2 ของ สสวท. หน้า 136

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้
2. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตในการแก้ปัญหา

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง

อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต เรียกว่า **อนุกรมเรขาคณิต (geometric series)** และอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเรขาคณิต

ให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต ที่มี a_1 เป็นพจน์แรก และ r เป็นอัตราส่วนร่วม

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_n = a_1 + a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-2} + a_1r^{n-1} \quad \dots(1)$$

$$(1) \times r; \quad rS_n = a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-2} + a_1r^{n-1} + a_1r^n \quad \dots(2)$$

$$(1) - (2); \quad S_n - rS_n = a_1 - a_1r^n$$

$$(1-r)S_n = a_1(1-r^n)$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1 \quad \dots(3)$$

$$\text{จาก (3);} \quad S_n = \frac{a_1 - a_1r^n}{1-r}$$

$$= \frac{a_1r^n - a_1}{r-1}$$

$$= \frac{a_1(r^n - 1)}{r-1}, r \neq 1$$

$$\text{จาก (3);} \quad = \frac{a_1 - a_1r^n}{1-r}$$

$$= \frac{a_1 - a_1r^{n-1} \cdot r}{1-r}$$

$$= \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$



ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$$

หรือ

$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}, r \neq 1$$

หรือ

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, r \neq 1$$

☑ ข้อสังเกต

ในกรณี $|r| < 1$ ($-1 < r < 1$) นิยมใช้สูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

ในกรณี $|r| > 1$ ($r < -1$ หรือ $r > 1$) นิยมใช้สูตร $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของอนุกรม $2+4+8+16+32+64+128+256+512+1,024$

วิธีทำ $a_1 = 2, r = \frac{4}{2} = 2, n = 10$ และ $a_n = 1,024$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$

แทนค่า
$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{2 - (1024)(2)}{1-2} \\ &= \frac{2 - 2048}{-1} \\ &= 2,046 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวกของอนุกรมนี้เท่ากับ 2,046

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวก 9 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $2+6+18+54+\dots$

วิธีทำ $a_1 = 2, r = \frac{6}{2} = 3$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

แทนค่า
$$\begin{aligned} S_9 &= \frac{2(3^9-1)}{3-1} \\ &= 3^9 - 1 \\ &= 19,683 - 1 \\ &= 19,682 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 9 พจน์แรกของอนุกรมเท่ากับ 19,682

ตอบ



แบบฝึกหัดที่ 6

ตรงกับแบบฝึกหัด 3.2.2 ของ สสวท. หน้า 141

1. จงพิจารณาว่าอนุกรมต่อไปนี้เป็นอนุกรมชนิดใด

อนุกรม	อนุกรมเลขคณิต	อนุกรมเรขาคณิต	ไม่เป็นทั้งอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต
(1) $1+1+1+1+1$
(2) $1+2+3+5+8$
(3) $1-1+1-1+1$
(4) $1+2+3+4+5$
(5) $2+6+18+54$
(6) $-9+3-1+\frac{1}{3}-\frac{1}{9}$
(7) $1+2^{-1}+2^{-2}+2^{-3}+2^{-4}$
(8) $1+1+2+3+5$
(9) $5+5+5+5$
(10) $\frac{3}{16}+\frac{4}{4}+\frac{5}{1}+4$

2. จงเขียนในรูปการบวก และบอกอัตราส่วนร่วม

$$(1) \sum_{i=1}^5 2^i = 2+2^2+2^3 \dots\dots\dots r = \dots\dots$$

$$(2) \sum_{k=3}^8 \left(\frac{1}{3}\right)^k = \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^4 + \dots\dots\dots r = \dots\dots$$

$$(3) \sum_{i=1}^5 3(-1)^{i-1} = 3(-1)^0 + 3(-1)^1 \dots\dots\dots$$

$$= 3-3+ \dots\dots\dots r = \dots\dots$$

$$(4) \sum_{k=1}^4 2(3)^{k-1} = 2(3)^0 + 2(3)^1 + \dots\dots\dots$$

$$= 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + \dots\dots\dots r = \dots\dots$$

$$(5) \sum_{i=0}^4 5\left(\frac{1}{3}\right)^i = 5\left(\frac{1}{3}\right)^0 + 5\left(\frac{1}{3}\right)^1 + \dots\dots\dots$$

$$= 5 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{3} + \dots\dots\dots r = \dots\dots$$



$$\begin{aligned}
 (6) \quad \sum_{i=-2}^2 (-2) \left(\frac{1}{4}\right)^i &= (-2) \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + (-2) \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \dots \\
 &= \dots \\
 &= \dots \quad r = \dots
 \end{aligned}$$

3. จงหาผลบวกของอนุกรมต่อไปนี้โดยใช้สูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ หรือ $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$ เมื่อ $r \neq 1$

(1) $2+6+18+\dots$ ถึง 5 พจน์

$a_1 = \dots, r = \dots$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$

แทนค่า $S_5 = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(2) $5+10+20+\dots$ ถึง 6 พจน์

$a_1 = \dots, r = \dots$

จากสูตร $S_n = \dots$

แทนค่า $S_6 = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(3) $-2-10-50-\dots$ ถึง 6 พจน์

$a_1 = \dots, r = \dots$

จากสูตร $S_n = \dots$

แทนค่า $S_6 = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(4) $-12-36-108-\dots$ ถึง 5 พจน์

$a_1 = \dots, r = \dots$

จากสูตร $S_n = \dots$

แทนค่า $S_5 = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(5) $\frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \dots$ ถึง 8 พจน์

$a_1 = \dots, r = \dots$

จากสูตร $S_n = \dots$

แทนค่า $S_8 = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

$= \dots$

(6) $64+16+4+\dots$ ถึง 5 พจน์

$a_1 = \dots, r = \dots$

จากสูตร $S_n = \dots$

แทนค่า $S_5 = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

$= \dots$

4. จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรม

(1) $4+12+36+108+\dots$

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

$a_1 = 4, r = \dots$

แทนค่า $S_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

$= \dots$

$= \dots$

(2) $6+3+1.5+0.75+\dots$

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \dots$

$a_1 = \dots, r = \dots$

แทนค่า $S_{10} = \dots$

$= \dots$



..... =

..... =

..... =

(3) $5 - 10 + 20 - 40 + \dots$

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \dots\dots\dots$

$a_1 = \dots\dots\dots, r = \dots\dots\dots$

แทนค่า $S_{10} = \dots\dots\dots$

..... =

..... =

..... = -

(4) $5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \dots$

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \dots\dots\dots$

$a_1 = \dots\dots\dots, r = \dots\dots\dots$

แทนค่า $S_{10} = \dots\dots\dots$

..... =

..... =

..... =

$$(5) \quad 5 - \frac{5}{2} + \frac{5}{4} - \frac{5}{8} + \dots$$

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \dots\dots\dots$

$$a_1 = \dots\dots\dots, r = \dots\dots\dots$$

แทนค่า $S_{10} = \dots\dots\dots$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

5. จงหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต

$$(1) \quad \sum_{i=1}^5 3 \cdot 2^{i-1}$$

$$= 3 \sum_{i=1}^5 2^{i-1}$$

$$= 3(1+2+\dots\dots\dots)$$

$$= 3 \left[\frac{1(2^5 - 1)}{2 - 1} \right]$$

$$= 3(32 - 1)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(2) \quad \sum_{i=1}^5 9 \left(-\frac{1}{3} \right)^{i-1}$$

$$= 9 \sum_{i=1}^5 \left(-\frac{1}{3} \right)^{i-1}$$

$$= 9 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} \right)$$

$$= 9 \left[\frac{1 \left(1 - \left(-\frac{1}{3} \right)^5 \right)}{1 - \left(-\frac{1}{3} \right)} \right]$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$



6. กำหนด $a_1 = 8, r = -3$ จงหา a_5 และ S_5

วิธีทำ จากสูตร

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_5 = 8(-3)^4$$

$$= 8(81)$$

$$= \dots\dots\dots$$

จากสูตร $S_n = \dots\dots\dots, r \neq 1$

$$\dots\dots\dots S_5 = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

7. กำหนด $a_5 = 225$, และ $r = 5$ จงหา a_1 และ S_5

วิธีทำ จากสูตร $a_n = \dots\dots\dots$ และ $a_5 = \dots\dots\dots$

แทนค่า $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_5 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

8. กำหนด $a_4 = \frac{3}{2}$, $r = \frac{1}{2}$ จงหา S_8

วิธีทำ จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$a_1 =$$

=

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

แทนค่า

$$S_8 = \dots\dots\dots$$

.....=

.....=

.....=

9. กำหนด $S_n = -33$, $r = -2$ และ $n = 5$ จงหา a_5

วิธีทำ หา a_1 จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

แทนค่า $-33 = \frac{a_1(1-(-2)^5)}{1-(-2)}$

.....

.....

.....



จากสูตร $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$

แทนค่า $n = 5$,

.....

.....

.....

.....

10. กำหนด $a_1 = \frac{5}{9}$, $r = -3$, $S_n = -\frac{100}{9}$ จงหา n และ a_n

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$

แทนค่าหา a_n ; $-\frac{100}{9} = \frac{\frac{5}{9} - a_n(-3)}{1 - (-3)}$

$$-\frac{100}{9} = \frac{\frac{5}{9} + 3a_n}{4}$$

.....

.....

.....

.....

จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$

แทนค่าหา n ;

.....

.....

.....

.....

11. กำหนด $a_1 = 5, r = -2, a_n = 80$ จงหา n และ S_n

วิธีทำ จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$
 แทนค่าของ n ; $80 = 5(-2)^{n-1}$
 $\frac{80}{5} = (-2)^{n-1}$

.....

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

แทนค่า; $S_5 = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

12. กำหนด $a_1 = 3, a_n = 48$ และ $S_n = 33$ จงหา r และ n

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$
 แทนค่าหา r ; $33 = \frac{3 - 48r}{1-r}$
 $33(1-r) = 3 - 48r$

.....

จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$

แทนค่าหา n ; $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$



13. กำหนด $a_1 = -56$, $a_n = \frac{7}{4}$ และ $n = 6$ จงหา r และ S_n

วิธีทำ จากสูตร

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

แทนค่าหา r ;

$$\frac{7}{4} = -56r^{6-1}$$

$$\frac{7}{(-56)(4)} = r^5$$

$$-\frac{1}{32} = r^5$$

$$r^5 = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots r = \dots\dots\dots$$

จากสูตร

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

แทนค่า

$$\dots\dots\dots S_6 = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

14. กำหนด $a_1 = -2$, $n = 3$ และ $S_n = -\frac{7}{2}$ จงหา r และ a_n

วิธีทำ จากสูตร

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$$

แทนค่า

$$-\frac{7}{2} = \frac{-2(1-r^3)}{1-r}, r \neq 1$$

$$-\frac{7}{2} = \frac{-2(1-r)(1+r+r^2)}{1-r}, r \neq 1$$

$$-\frac{7}{2} = -2(1+r+r^2)$$

$$7 = 4(1+r+r^2)$$

$$7 = 4+4r+4r^2$$

$$4r^2 + 4r - 3 = 0$$

$$(2r-1)(2r+3) = 0$$

$$2r-1 = 0 \quad \text{หรือ} \quad 2r+3 = 0$$

.....

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \text{.....}$$

$$a_3 = a_1 r^2 \quad \text{.....}$$

แทนค่า $a_3 = \text{.....}$

$$a_3 = \text{.....}$$

15. จงเขียนแบบรูปต่ออีก 3 บรรทัด

$$(r-1)(r+1) = r^2 - 1$$

$$(r-1)(r^2+r+1) = r^3 - 1$$

$$(r-1)(r^2+r^3+r+1) = r^4 - 1$$

$$(r-1)(r^4+r^3+r^2+r+1) = r^5 - 1$$

.....

.....

.....

16. จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

$$(1) S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$$

$$(2) S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}}$$

$$= \frac{1 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1 \left[1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right]}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= \text{.....}$$

$$= \text{.....}$$

$$= \text{.....}$$

$$= \text{.....}$$

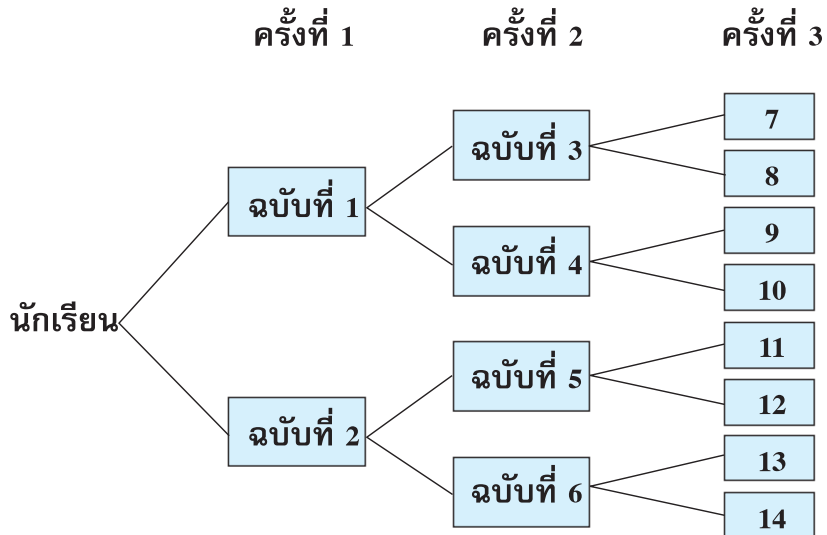
$$= \text{.....}$$

$$= \text{.....}$$



17. นักเรียนคนหนึ่งเขียนจดหมายถึงเพื่อน 2 คน คนละ 1 ฉบับ เมื่อเพื่อนแต่ละคนได้รับจดหมายแล้ว จะต้องเขียนจดหมาย 2 ฉบับ ส่งให้เพื่อนอีก 2 คน คนละ 1 ฉบับ ทำเช่นนี้เรื่อยไป

(1) จงเขียนแผนภาพต้นไม้



(2) จงเขียนอนุกรมของจำนวนจดหมายตั้งแต่เริ่มต้น

.....

(3) จงหาจำนวนจดหมายที่ส่งถึงครั้งที่ n

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

=

=

สรุป

ลำดับ

- **ลำดับ** คือ พังก์ชันที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือเซตของจำนวนเต็มบวก
- **ลำดับเลขคณิต** คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่ $n+1$ ลบด้วยพจน์ที่ n มีค่าคงตัวที่เท่ากัน ค่าคงตัวนี้ เรียกว่า “ผลต่างร่วม” เขียนแทนผลต่างร่วมนี้ด้วย d
- พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$ เมื่อ a_1 แทนพจน์แรก และ d แทนผลต่างร่วม
- **ลำดับเรขาคณิต** คือ ลำดับที่อัตราส่วนร่วมซึ่งได้จากพจน์ที่ $n+1$ หารด้วยพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากัน ค่าคงตัวนี้ เรียกว่า “อัตราส่วนร่วม” เขียนแทนอัตราส่วนร่วมนี้ด้วย r
- พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต คือ $a_n = a_1 r^{n-1}$ เมื่อ a_1 แทนพจน์แรก และ r แทนอัตราส่วนร่วม

ลำดับและอนุกรม

อนุกรม

- **อนุกรม** เกิดจากการบวกกันของพจน์ทุกพจน์ของลำดับ
- ในการหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม อาจใช้สัญลักษณ์แทนการบวก (ซิกมา) มาช่วยในการหาผลบวก โดย

$$\Sigma n = \frac{n}{2}(n+1), \Sigma n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1) \text{ และ } \Sigma n^3 = \left[\frac{n}{2}(n+1) \right]^2$$

- อนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิต เรียกว่า **อนุกรมเลขคณิต** โดยผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต หาได้จากสูตรต่อไปนี้

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

- อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต เรียกว่า **อนุกรมเรขาคณิต** โดยผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต หาได้จากสูตรต่อไปนี้

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } |r| < 1$$

$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1} \text{ เมื่อ } |r| > 1$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

ตรงกับแบบฝึกหัดท้ายบทของ สสวท. หน้า 157

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

- เขียนลำดับ $a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{2^n}$ ในรูปแจงพจน์ ได้ดังข้อใด
 - $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \dots$
 - $\frac{1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{7}{8}, \dots$
 - $\frac{-1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{-7}{8}, \dots$
 - $\frac{-1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-7}{8}, \dots$
- เขียนลำดับ $a_n = (2 \times 3^{n-1})^2$ ในรูปแจงพจน์ ได้ดังข้อใด
 - $\sqrt{2}, \sqrt{6}, 3\sqrt{2}, 3\sqrt{6}, \dots$
 - $\sqrt{2}, \sqrt{8}, 2\sqrt{6}, 4\sqrt{6}, \dots$
 - $\sqrt{2}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{6}, 4\sqrt{8}, \dots$
 - $\sqrt{2}, \sqrt{3}, 3\sqrt{2}, 3\sqrt{6}, \dots$
- เขียนลำดับ $a_n = (2n+5)^2 - n$ ในรูปแจงพจน์ ได้ดังข้อใด
 - 35, 48, 79, ...
 - 49, 79, 119, ...
 - 48, 80, 121, ...
 - 48, 79, 118, ...
- เขียนลำดับ $a_n = 2^{2n} + n$ ในรูปแจงพจน์ ได้ดังข้อใด
 - 5, 19, 68, 261, 1,030, ...
 - 4, 18, 68, 259, 781, ...
 - 5, 18, 67, 260, 1,029, ...
 - 2, 14, 62, 256, 876, ...
- ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ $\sqrt{3}, \sqrt{6}, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{6}, \dots$
 - $\sqrt{2}(\sqrt{3})^{n-1}$
 - $\sqrt{3}(\sqrt{2})^{n-1}$
 - $\sqrt{2}(\sqrt{3})^{n+1}$
 - $\sqrt{3}(\sqrt{2})^{n+1}$
- ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ $3 \times 3, 4 \times 5, 5 \times 7, \dots$
 - $(n+1)(n+2)$
 - $(n+3)(2n-1)$
 - $(4-n)(2n-3)$
 - $(n+2)(2n+1)$
- ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งมีพจน์ที่ 3 และพจน์ที่ 9 เท่ากับ 6 และ 18 ตามลำดับ แล้วพจน์ที่ n ของลำดับนี้คือข้อใด
 - $2n$
 - $2n-1$
 - $2n+2$
 - $2n-4$
- ถ้าพจน์แรกและพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งคือ 2 และ 35 ตามลำดับ และผลต่างร่วมเท่ากับ 3 แล้ว $n^2 - n$ เท่ากับข้อใด
 - 72
 - 90
 - 110
 - 132
- ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งมีพจน์ที่ 4 เท่ากับ 28 พจน์ที่ 8 เท่ากับ 48 พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับข้อใด
 - 8
 - 13
 - 18
 - 23
- ถ้า a_1, a_{31} และ a_n ของลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ $-1, -151$ และ -176 ตามลำดับ แล้วลำดับนี้มีกี่พจน์
 - 24 พจน์
 - 32 พจน์
 - 36 พจน์
 - 48 พจน์
- จำนวนที่อยู่ระหว่าง 500 และ 800 ที่หารด้วย 9 ลงตัวมีกี่จำนวน
 - 31 จำนวน
 - 32 จำนวน
 - 33 จำนวน
 - 34 จำนวน

12. นายสมพงษ์ซื้อบ้านหลังหนึ่งแบบผ่อนส่ง โดยวางเงินดาวน์ 50,000 บาท ที่เหลือผ่อนเป็นรายเดือน เดือนแรกผ่อน 5,000 บาท เดือนถัดไปจ่ายเพิ่มขึ้นเดือนละ 100 บาท จนครบ 8 ปี เดือนสุดท้ายผ่อนส่งเป็นเงินเท่าไร
1. 14,500 บาท
 2. 14,900 บาท
 3. 15,400 บาท
 4. 15,500 บาท
13. พจน์แรกที่เป็นจำนวนเต็มลบของลำดับเลขคณิต 200, 182, 164, 146, ... มีค่าต่างจากพจน์ที่ 10 เท่ากับข้อใด
1. 20
 2. 22
 3. 38
 4. 54
14. ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งมีผลบวกของพจน์ที่ 1 กับพจน์ที่ 4 เท่ากับ -6 และผลบวกของพจน์ที่ 3 กับพจน์ที่ 8 เท่ากับ 18 ผลบวก 7 พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับข้อใด
1. 11
 2. 19
 3. 21
 4. 31
15. กำหนดลำดับเรขาคณิต 147, -21 , 3, ... ข้อใดถูกต้อง
1. $a_4 = \frac{3}{7}$
 2. $a_5 = -\frac{3}{49}$
 3. $a_6 = -\frac{3}{343}$
 4. $a_7 = -\frac{3}{881}$
16. ลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งมีพจน์แรกเป็น 16 และอัตราส่วนร่วมเป็น $\frac{1}{2}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง
1. $a_2 = 8$
 2. $a_3 = 4$
 3. $a_5 = \frac{1}{2}$
 4. $a_8 = \frac{1}{8}$
17. ลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งมีพจน์ที่ 3 มากกว่าพจน์ที่ 2 อยู่ $\frac{9}{14}$ และพจน์ที่ 2 มากกว่าพจน์แรกอยู่ $\frac{3}{7}$ พจน์แรกของลำดับนี้มีค่าเท่าไร
1. $\frac{2}{3}$
 2. $\frac{6}{7}$
 3. $\frac{7}{6}$
 4. $\frac{3}{2}$
18. สมชายนำเงินไปฝากธนาคาร 5,000 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ยร้อยละ 15 ต่อปี สมชายฝากเงินครบ 5 ปี โดยไม่มีการถอนเงิน เขาจะได้เงินรวมกี่บาท
1. $5,000 \times (1.15)^5$ บาท
 2. $(5,000 \times 1.15)^5$ บาท
 3. $(5,000 \times 115)^5$ บาท
 4. $5,000 \times (115)^5$ บาท
19. ผลบวกของจำนวน 3 จำนวนในลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ 14 ถ้าคุณจำนวนแรกด้วย 4 คุณจำนวนกลางด้วย 3 และคุณจำนวนหลังด้วย 2 แล้วผลคูณที่ได้จะเรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต ผลคูณของ 3 จำนวนนี้เท่ากับข้อใด
1. 24
 2. 48
 3. 64
 4. 105
20. ฝากออมสินวันที่ 1, 2, 3, 4, ... เป็นเงิน 1, 2, 4, 8, ... บาท วันที่ 10 ฝากออมสินเป็นเงินเท่ากับข้อใด
1. 511 บาท
 2. 512 บาท
 3. 1,023 บาท
 4. 1,024 บาท
21. ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรม $4+9+14+\dots$ เท่ากับข้อใด
1. 149
 2. 265
 3. 341
 4. 490



22. ถ้า $1+2+3+\dots+n = 125,250$ แล้ว n มีค่าเท่าไร
1. 250 2. 500
3. 501 4. 550
23. ถ้าพจน์แรกและพจน์สุดท้ายของอนุกรมเลขคณิตเท่ากับ 2 และ 35 ตามลำดับ และมีผลต่างร่วมเป็น 3 แล้วผลบวกของอนุกรมนี้เป็นเท่าไร
1. 222 2. 284
3. 312 4. 356
24. ถ้าพจน์ที่ n ของอนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งคือ $3n-2$ ผลบวก 15 พจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 165 2. 300
3. 330 4. 360
25. ในอนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งมี $a_2 = 10$ และ $S_5 = 55$ ผลบวก 25 พจน์แรกของอนุกรมนี้เป็นเท่าไร
1. 375 2. 395
3. 525 4. 625
26. ถ้าผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งเป็น 105 และพจน์ที่ 7 เท่ากับ 27 แล้วพจน์แรกของอนุกรมนี้เป็นเท่าไร
1. 1 2. 2
3. 3 4. 4
27. ในการวางท่อน้ำทรงกระบอกกลวงซ้อนกันชั้นล่างสุดมีท่อน้ำวางเรียงติดกัน 132 ท่อน แถวบนถัดขึ้นมามี 131 ท่อน แถวถัดขึ้นมาอีกมี 130 ท่อน ชั้นบนสุดมีท่อน้ำ 48 ท่อน ท่อน้ำกองนี้มีทั้งหมดกี่ท่อน
1. 7,650 ท่อน 2. 7,740 ท่อน
3. 7,920 ท่อน 4. 8,100 ท่อน
28. ผลบวก 5 พจน์แรกของอนุกรม $16+12+9+\dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{781}{32}$ 2. $\frac{781}{16}$
3. $\frac{781}{8}$ 4. $\frac{781}{4}$
29. อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมีอัตราส่วนร่วมเป็น $\frac{3}{4}$ พจน์ที่ n คือ 81 และผลบวก n พจน์แรกเท่ากับ 781 อนุกรมนี้มีกี่พจน์
1. 5 พจน์ 2. 6 พจน์
3. 7 พจน์ 4. 8 พจน์
30. ผลบวก 13 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งเท่ากับ 195 แต่พจน์ที่ 1 พจน์ที่ 4 และพจน์ที่ 13 ของอนุกรมนี้เรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต ผลบวกของพจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 4 ในอนุกรมเลขคณิตนี้เท่ากับข้อใด
1. 11 2. 14
3. 16 4. 19

