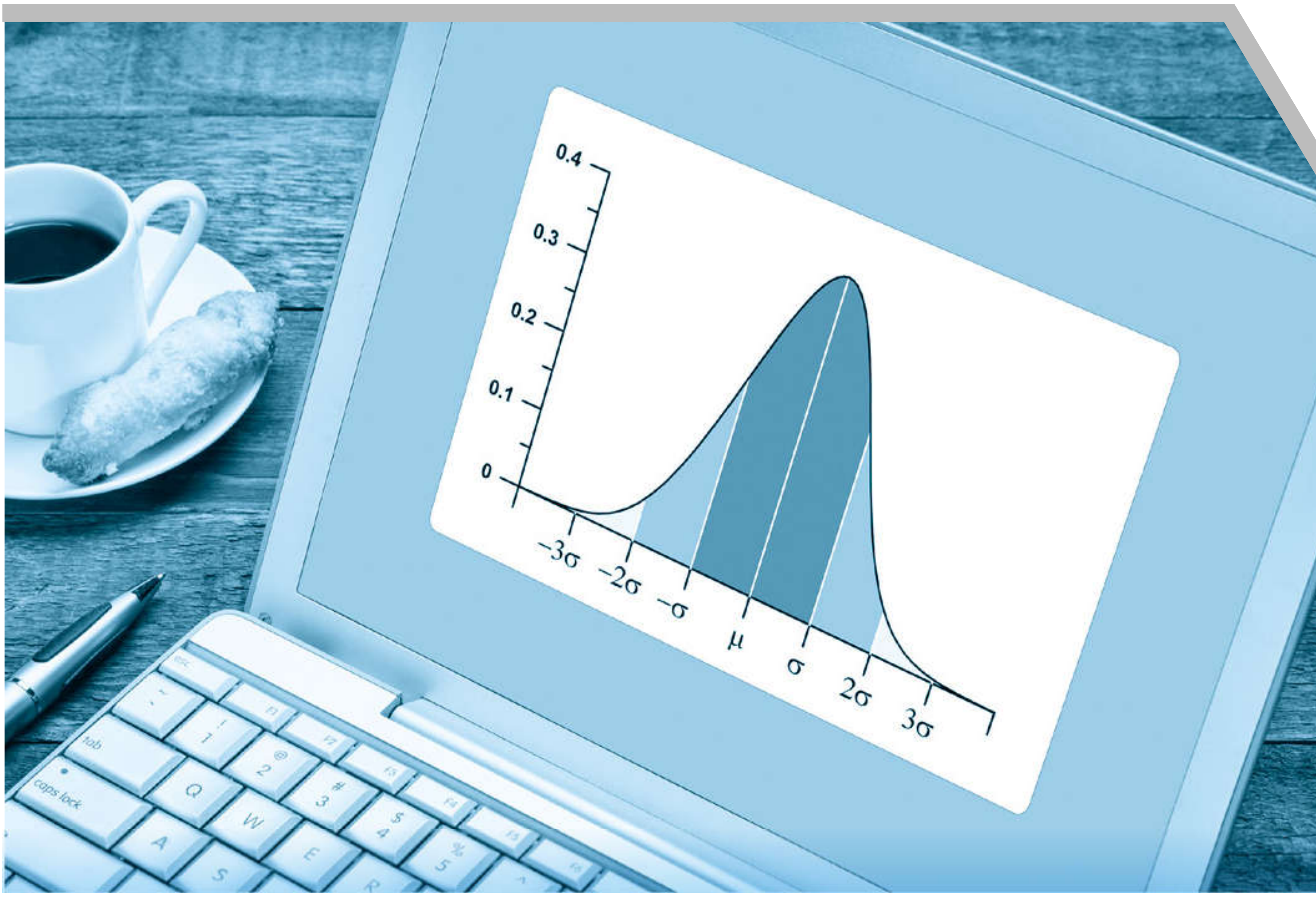
ตัวแปรสุ่มและการแจกแจงความน่าจะเป็น



สาระและผลการเรียนรู้

สาระสถิติและความน่าจะเป็น

เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป แจกแจงทวินาม การแจกแจงปกติและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

การแจกแจงเอกรูปเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มประเภทหนึ่ง ซึ่งแบ่งเป็น 2 ชนิด ได้แก่ การแจกแจงเอกรูปแบบไม่ต่อเนื่อง และการแจกแจงเอกรูปแบบต่อเนื่อง การแจกแจงทวินามเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่องประเภทหนึ่งโดยมีลักษณะสำคัญคือ ผลที่ได้จากการทดลองสุ่มแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน และผลการทดลองแต่ละครั้งมีผลลัพธ์ได้แก่ สำเร็จและไม่สำเร็จ การแจกแจกปกติเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ซึ่งหาความน่าจะเป็นได้จากตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

4.1 ความหมายและชนิดของตัวแปรสุ่ม

จุดประสงค์

นักเรียนสามารถจำแนกได้ว่าตัวแปรสุ่มที่กำหนดให้เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องหรือตัวแปรสุ่มต่อเนื่องได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยง
3. การให้เหตุผล

ตัวแปรสุ่ม (random) คือ ฟังก์ชันจากปริภูมิตัวอย่าง (sample space) ของการทดลองสุ่มไปยังเซตของจำนวนจริง

ตัวอย่างการโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 เหรียญ 3 ครั้ง

ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองนี้

$$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญหงายหัว 1 ครั้ง

$$E_1 = \{HTT, THT, TTH\}, P(E_1) = \frac{3}{8}$$

E_2 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญหงายหัว 2 ครั้ง

$$E_2 = \{HHT, HTH, THH\}, P(E_2) = \frac{3}{8}$$

E_3 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญหงายหัว 3 ครั้ง

$$E_3 = \{HHH\}, P(E_3) = \frac{1}{8}$$

E_0 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญหงายหัว 0 ครั้ง

$$E_0 = \{TTT\}, P(E_0) = \frac{1}{8}$$

กำหนดฟังก์ชัน X จากปริภูมิตัวอย่าง S ไปยัง $\{1, 2, 3, 0\}$ โดย X แทนจำนวนเหรียญที่หงายหัว แปลงผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่มให้อยู่ในรูปตัวเลขได้ดังนี้

ให้ $X(HHH) = 3$ $\quad X(HHT) = 2$ $\quad X(HTH) = 2$ $\quad X(THH) = 2$

$X(HTT) = 1$ $\quad X(THT) = 1$ $\quad X(TTH) = 1$ $\quad X(TTT) = 0$

เรียก X ว่า ตัวแปรสุ่ม เรียกสมาชิกของเรนจ์ของตัวแปรสุ่มว่า **ค่าของตัวแปรสุ่ม**

โดยทั่วไปนิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่แทนตัวแปรสุ่ม
และใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กแทนค่าของตัวแปรสุ่ม

จากปริภูมิตัวอย่างดังกล่าว x แทนค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X จะได้ $x \in \{1, 2, 3, 0\}$

ดังนั้น $P(X = 1)$ แทน $P(E_1)$ แทนความน่าจะเป็นที่เหรียญหงายหัว 1 ครั้ง และ $P(X = 2)$, $P(X = 3)$ และ $P(X = 0)$ แทนความน่าจะเป็นที่เหรียญหงายหัว 2, 3 และ 0 ครั้ง ตามลำดับ

ทั้งนี้ ตัวแปรสุ่มแบ่งเป็น 2 ชนิด ตามลักษณะของค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม ได้แก่

1. ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) คือ ตัวแปรสุ่มที่ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดสามารถนับจำนวนสมาชิกได้ (เป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์) เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องอาจเป็นเซตจำกัดหรือเซตอนันต์ก็ได้

2. ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (continuous random variable) คือ ตัวแปรสุ่มที่ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดเป็นช่วงที่เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง (R)

แบบฝึกหัดที่ 4.1

จงพิจารณาว่าตัวแปรสุ่มต่อไปนี้เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องหรือตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ในช่องว่างให้ถูกต้อง

ข้อ	ตัวแปรสุ่ม X	เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง	เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง
1.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทั้งสองในการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง		
2.	ตัวแปรสุ่ม X เป็น 0 เมื่อเหรียญหงายก้อย และเป็น 1 เมื่อเหรียญหงายหัวในการโยนเหรียญหนึ่งบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง		
3.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนครั้งที่ต้องโยนเหรียญจนกว่าเหรียญจะหงายหัวในการโยนเหรียญหนึ่งบาท 1 เหรียญไปเรื่อย ๆ จนกว่าเหรียญจะหงายหัวจึงจะหยุด		

ข้อ	ตัวแปรสุ่ม X	เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง	เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง
4.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนครั้งที่ลูกเต๋าขึ้นหน้า 6 เป็นครั้งแรกในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง		
5.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนลูกแก้วสีดำจากการหยิบลูกแก้ว 5 ลูกจากกล่องที่มีลูกแก้วสีขาว 6 ลูก และลูกแก้วสีดำ 8 ลูก		
6.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนอุบัติเหตุที่เกิดจากรถจักรยานยนต์ในกรุงเทพมหานครในรอบปีหนึ่ง ๆ		
7.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นระยะเวลาที่ใช้เล่นฟุตบอลของนักฟุตบอลคนหนึ่ง		
8.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นปริมาณน้ำฝนที่ตกในภาคเหนือในแต่ละปี		
9.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนไข่เป็ดของแม่เป็ดตัวหนึ่งในแต่ละเดือน		
10.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนนักเรียนชั้น ม.1 ที่โรงเรียนมัธยมในกรุงเทพมหานครรับเข้าศึกษาต่อในแต่ละปี		
11.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นน้ำหนักทุเรียนเป็นกิโลกรัมและกรัมที่ชาวสวนระยองขายได้ในแต่ละปี		
12.	ตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนลูกค้า ที่มารับประทานอาหารในศูนย์อาหารแห่งหนึ่งระหว่างเวลา 11.00 น.–14.00 น.		

4.2 การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง

จุดประสงค์

นักเรียนสามารถเขียนแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยง
3. การให้เหตุผล
4. การคิดสร้างสรรค์

ตัวอย่างที่ 1 คะแนนสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.1 จำนวน 20 คน เป็นดังตารางความถี่ดังนี้

คะแนน	ความถี่	ความถี่สัมพัทธ์
0	2	0.10
1	3	0.15
2	5	0.25
3	6	0.30
4	3	0.15
5	1	0.05
รวม	20	1.00

ถ้าสุ่มนักเรียน 1 คน จากนักเรียนชั้นนี้ โดยให้ตัวแปรสุ่ม X คือคะแนนของนักเรียนที่สุ่มได้ จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่สุ่มได้ ได้คะแนน x คะแนน เมื่อ $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

วิธีทำ สำหรับ $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

จะได้ว่า $P(X = x)$ คือ ความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่สุ่มได้ ได้คะแนน x คะแนน

ดังนั้น $P(X = 0) = \frac{2}{20} = 0.10$

$P(X = 1) = \frac{3}{20} = 0.15$

$P(X = 2) = \frac{5}{20} = 0.25$

$P(X = 3) = \frac{6}{20} = 0.30$

$P(X = 4) = \frac{3}{20} = 0.15$

$P(X = 5) = \frac{1}{20} = 0.05$

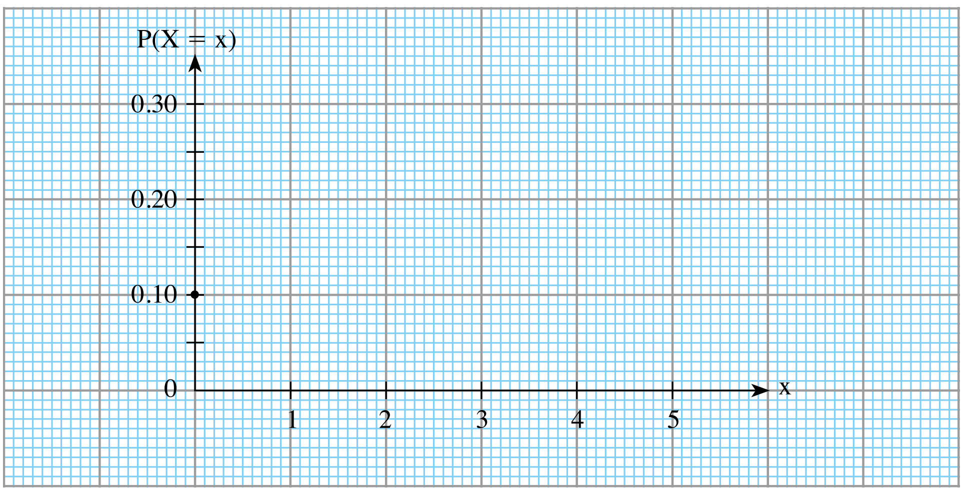
ข้อสังเกต

1. สำหรับตัวแปรสุ่ม X ใด ๆ จะได้ $0 \leq P(X = x) \leq 1$
2. ผลรวมของความน่าจะเป็นของการเกิดแต่ละค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มเท่ากับ 1

การนำความน่าจะเป็นที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มมาเขียนอธิบายลักษณะตัวแปรสุ่ม ดังตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X จะเรียกว่า **การแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distribution)**

x	0	1	2	3	4	5
P(X = x)	0.10	0.15	0.25	0.30	0.15	0.05

เขียนกราฟแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X จากตารางได้ดังนี้



แบบฝึกหัดที่ 4.2 ก

1. ให้ตัวแปรสุ่ม X คือผลต่างของแต้มบนหน้าลูกเต๋า จากการทอดลูกเต๋าเที่ยงตรง 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง จงเขียนแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ในรูปตารางและกราฟ

วิธีทำ ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทอดลูกเต๋าเที่ยงตรง 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง

$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$

....

....

....

....

....

ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X คือ 0, 1, 2, 3, 4 และ 5

เหตุการณ์ที่ X = 0 คือ ....

เหตุการณ์ที่ X = 1 คือ ....

เหตุการณ์ที่ X = 2 คือ ....

เหตุการณ์ที่ X = 3 คือ ....

เหตุการณ์ที่ X = 4 คือ ....

เหตุการณ์ที่ X = 5 คือ ....

ดังนั้น P(X = 0) = ... | P(X = 3) = ...

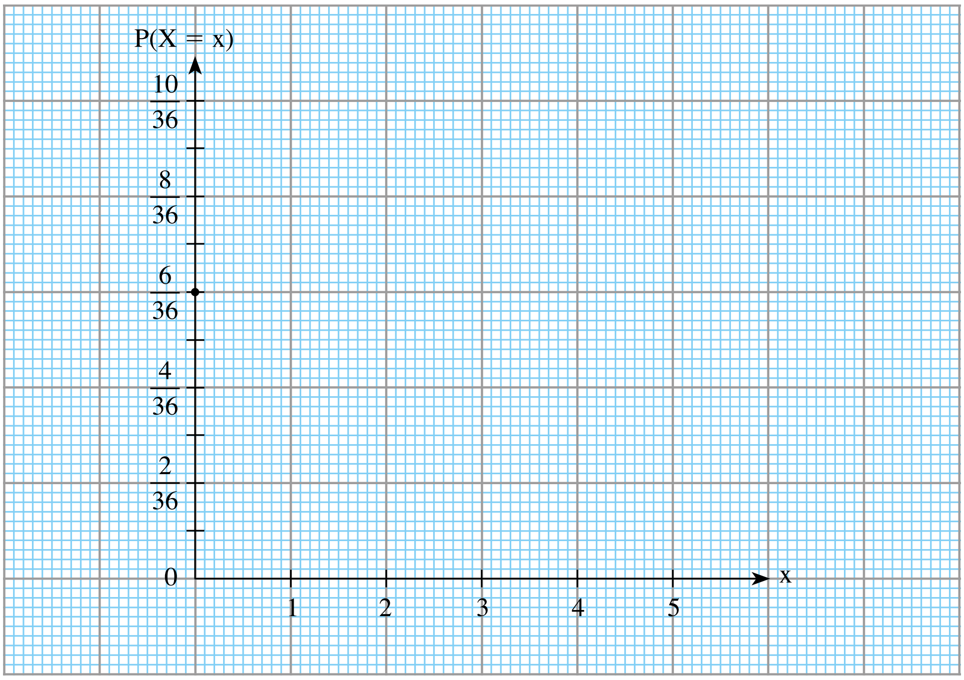
P(X = 1) = ... | P(X = 4) = ...

P(X = 2) = ... | P(X = 5) = ...

สร้างตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	0	1	2	3	4	5
P(X = x)	....	....	....	....	....	....

เขียนกราฟแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้



2. ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ชุดหนึ่งมี 8 ข้อ จำนวนข้อสอบที่ตอบถูกในการสอบย่อยครั้งนี้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ห้องหนึ่ง จำนวน 40 คน แสดงด้วยตารางความถี่ดังนี้

จำนวนข้อสอบที่ตอบถูก	0	1	2	3	4	5	6	7	8
จำนวนนักเรียน (คน)	0	2	4	6	12	8	4	2	2

ถ้าสุ่มนักเรียน 1 คนจากห้องนี้และให้ตัวแปรสุ่ม X คือจำนวนข้อสอบที่นักเรียนคนนี้ตอบถูก จงเขียนแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ในรูปตารางและกราฟ

วิธีทำ ให้ $P(X = x)$ คือความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่สุ่มได้ ได้ x คะแนน สำหรับ $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

จำนวนข้อสอบที่ตอบถูก									
จำนวนนักเรียน (คน)									
ความถี่สัมพัทธ์	....	....	....	....	....	....	....	....	....

ดังนั้น $P(X = 0) =$ ....

$P(X = 1) =$ ....

$P(X = 2) =$ ....

$P(X = 3) =$ ....

$P(X = 4) =$ ....

$P(X = 5) =$ ....

$P(X = 6) =$ ....

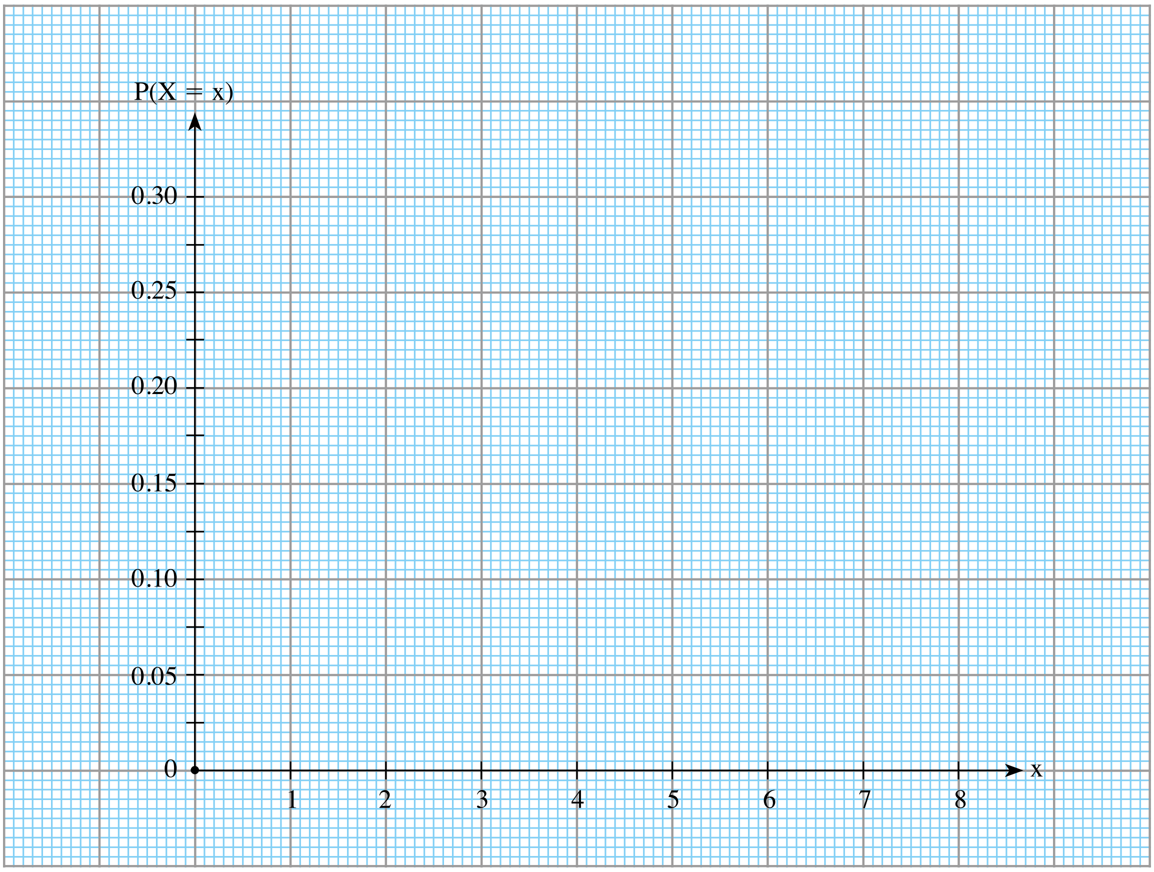
$P(X = 7) =$ ....

$P(X = 8) =$ ....

สร้างตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	....	....	....	....	....	....	....	....	....
P(X = x)	....	....	....	....	....	....	....	....	....

เขียนกราฟแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้



3. ในการคัดไข่ไก่จำนวน 100 ฟอง เป็นไข่ไก่เบอร์ต่าง ๆ ดังตาราง

เบอร์	0	1	2	3
จำนวนไข่ไก่ (ฟอง)	30	48	16	6

ถ้าสุ่มไข่ไก่ 1 ฟองจากไข่จำนวนนี้ และให้ตัวแปรสุ่ม X คือจำนวนไข่ไก่เบอร์ต่าง ๆ จงเขียนแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ในรูปตาราง

วิธีทำ ให้ $P(X = x)$ คือความน่าจะเป็นที่สุ่มได้ไข่ไก่เบอร์ x สำหรับ $x \in \{0, 1, 2, 3\}$

เบอร์ไข่ไก่	....	....	....	....
จำนวนไข่ไก่ (ฟอง)	....	....	....	....
ความถี่สัมพัทธ์	....	....	....	....

....

....

....

....

สร้างตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	....	....	....	....
P(X = x)	....	....	....	....

4. สุ่มหยิบปากกาลูกลื่น 4 ด้าม จากกล่องซึ่งมีปากกาลูกลื่น 10 ด้าม ในจำนวนนี้เป็นปากกาที่น้ำหมึกแห้ง 4 ด้าม ตัวแปรสุ่ม X คือ จำนวนปากกาลูกลื่นที่น้ำหมึกแห้ง จงเขียนตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

สร้างตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	....	....	....	....	....
P(X = x)	....	....	....	....	....

ค่าคาดหมายและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง

บทนิยาม

เมื่อ μ_x แทนค่าคาดหมาย (expected value) ของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง X

นิยามโดย $$\mu_x = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i)$$

เมื่อ n แทนจำนวนค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม X

และ $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ แทนค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม X

กรณีที่เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม X เป็นเซตอนันต์ $\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots\}$ จะได้

$$\mu_x = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(X = x_i)$$

จากตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็น

x	0	1	2	3	4	5
P(X = x)	0.10	0.15	0.25	0.30	0.15	0.05

ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X คือ 0, 1, 2, 3, 4 และ 5

เนื่องจาก
$$\begin{aligned}\mu_x &= 0P(X = 0)+1P(X = 1)+2P(X = 2)+3P(X = 3)+4P(X = 4)+5P(X = 5)\\ &= 0(0.10)+1(0.15)+2(0.25)+3(0.30)+4(0.15)+5(0.05)\\ &= 0+0.15+0.50+0.90+0.60+0.25\\ &= 2.4\end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X คือ 2.4 คะแนน

สมมุติให้นักเรียนกลุ่มนี้มี 20 คน (N = 20)

จะได้ความถี่ (f_i) ของ x_i แต่ละค่าดังตารางต่อไปนี้

x	0	1	2	3	4	5
P(X = x)	0.10	0.15	0.25	0.30	0.15	0.05
f	0.10×20 = 2	0.15×20 = 3	0.25×20 = 5	0.30×20 = 6	0.15×20 = 3	0.05×20 = 1

เนื่องจาก ความถี่สัมพัทธ์ $= \frac{f}{N}$

จะได้ว่า f = ความถี่สัมพัทธ์×N

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักเรียน 20 คน คือ

$$\frac{0(2)+1(3)+2(5)+3(6)+4(3)+5(1)}{20} = 0\left(\frac{2}{20}\right)+1\left(\frac{3}{20}\right)+2\left(\frac{5}{20}\right)+3\left(\frac{6}{20}\right)+4\left(\frac{3}{20}\right)+5\left(\frac{1}{20}\right)$$

$$= \frac{48}{20}$$

$$= 2.4$$

จะเห็นว่า $\mu_x = 0\left(\frac{2}{20}\right)+1\left(\frac{3}{20}\right)+2\left(\frac{5}{20}\right)+3\left(\frac{6}{20}\right)+4\left(\frac{3}{20}\right)+5\left(\frac{1}{20}\right) = 2.4$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียน 20 คน เท่ากับค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X หรืออาจเรียกว่า **ค่าเฉลี่ย (mean)** ของตัวแปรสุ่ม

บทนิยาม

เมื่อ σ_x แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง X

นิยามโดย $$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)^2 P(X = x_i)}$$

เรียก σ_x^2 ว่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง X

เมื่อ n แทนจำนวนค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม X

และ $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ แทนค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม X

กรณีที่เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม X เป็นเซตอนันต์ $\{x_1, x_2, x_3, ..., x_n, ...\}$ จะได้

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty}(x_i-\mu_x)^2 P(X = x_i)}$$

จากตัวอย่างข้างต้น $\mu_x = 2.4$

จะได้ $$\begin{aligned}\sigma_x^2 &= (0-2.4)^2(0.10)+(1-2.4)^2(0.15)+(2-2.4)^2(0.25)+(3-2.4)^2(0.30)\\ &\quad +(4-2.4)^2(0.15)+(5-2.4)^2(0.05)\\ &= 0.576+0.294+0.04+0.108+0.384+0.338\\ &= 1.74\end{aligned}$$

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X คือ 1.74 คะแนน^2

และจะได้ $\sigma_x = \sqrt{1.74} \approx 1.32$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปนสุ่ม X มีค่าประมาณ 1.32 คะแนน

แบบฝึกหัดที่ 4.2 ข

1. ให้ตัวแปรสุ่ม X คือผลต่างของแต้มบนหน้าลูกเต๋าจากการทอดลูกเต๋าเที่ยงตรง 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง จงหาค่าคาดหมาย ความแปรปรวน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่ม

วิธีทำ จากตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

x	0	1	2	3	4	5
P(X = x)	....	....	....	....	....	....

จากค่าคาดหมาย μ_x = ...

จะได้ μ_x = ...

....

....

....

ดังนั้น ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X คือ ....

จากความแปรปรวน σ_x^2 = ...

จะได้ σ_x^2 = ...

....

....

....

....

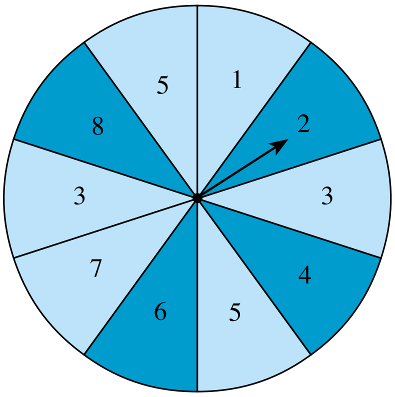
....

....

....

ดังนั้น σ_x = $\sqrt{}$..

2. ในการเล่นเกมหมุนวงล้อ ผู้เล่นต้องหมุนวงล้อที่มีหมายเลข 1–8 กำกับไว้ ถ้าลูกศรชี้ช่องที่หมายเลขกำกับไว้เป็นจำนวนคู่ ผู้เล่นจะได้เงินรางวัล 50 บาท สมมุติในการหมุนวงล้อแต่ละครั้งโอกาสที่ลูกศรชี้แต่ละช่องเท่ากัน และการเล่นเกมแต่ละครั้งของผู้เล่นจะต้องซื้อบัตรหมุนวงล้อ 20 บาท จงหาค่าคาดหมายของจำนวนเงินที่ผู้เล่นจะได้รับหรือเสียไป พร้อมทั้งอธิบาย



วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอล 6 ลูก เป็นลูกบอลสีขาว 4 ลูก และสีแดง 2 ลูก หยิบลูกบอลทีละลูกอย่างสุ่ม 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วใส่กลับคืนก่อนหยิบครั้งต่อไป จงเขียนตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของจำนวนลูกบอลสีแดงที่หยิบได้ และหาค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ ให้ตัวแปรสุ่ม X คือจำนวนลูกบอลสีแดงที่หยิบได้

$x \in$ ....

$P(X = 0) =$ ....

$P(X = 1) =$ ....

$P(X = 2) =$ ....

$P(X = 3) =$ ....

สร้างตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	0	1	2	3
P(X = x)	....	....	....	....

ค่าคาดหมาย $\mu_x = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i)$

$\mu_x =$ ....

$=$ ....

$=$ ....

ดังนั้น ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X คือ ....

4. ในกล่องมีลูกแก้วสีขาว 5 ลูก สีเขียว 2 ลูก และสีแดง 3 ลูก สุ่มหยิบลูกแก้ว 4 ลูกจากกล่อง จงหาการแจกแจงความน่าจะเป็นของจำนวนลูกแก้วสีขาว และหาค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม

วิธีทำ ให้ตัวแปรสุ่ม X คือจำนวนลูกแก้วสีขาวที่ขายได้

....

....

....

....

....

....

สร้างตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	....	....	....	....	....
P(X = x)	....	....	....	....	....

....

....

....

....

5. โคมไฟฟ้า 6 โคม มีโคมที่ชำรุด 2 โคม ผู้ซื้อต้องการซื้อโคมไฟฟ้า 3 โคม ถ้า X เป็นจำนวนโคมไฟฟ้าที่ชำรุดที่ผู้ซื้อรับไป จงหาการแจกแจงความน่าจะเป็นและค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ ....

....

....

....

....

สร้างตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนี้

x	....	....	....
P(X = x)	....	....	....

....

....

....

....

4.2.1 การแจกแจงเอกรูปแบบไม่ต่อเนื่อง

บทนิยาม

ให้ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง X คือ $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$
การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นการแจกแจงเอกรูปแบบไม่ต่อเนื่อง
(discrete uniform distribution) เมื่อ $P(X = x_i) = \frac{1}{n}$
สำหรับทุก $i = \{1, 2, 3, ..., n\}$

พิจารณาการทอดลูกเต๋าเที่ยงตรง 1 ลูก 1 ครั้ง
ให้ตัวแปรสุ่ม X คือแต้มบนหน้าลูกเต๋า
ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X คือ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 เมื่อ $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าขึ้นแต้ม x คือ $P(X = x)$
ดังนั้น $P(X = x) = \frac{1}{6}$
ตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ

x	1	2	3	4	5	6
P(X = x)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

กราฟแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นจุด 6 จุดเรียงกันบนเส้นตรง $y = \frac{1}{6}$

แบบฝึกหัดที่ 4.2.1

1. การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อไปนี้เป็นการแจกแจงเอกรูปแบบไม่ต่อเนื่องหรือไม่ พร้อมทั้งบอกเหตุผล

(1) ตัวแปรสุ่ม X_1 คือจำนวนครั้งที่เหรียญหงายหัวจากการโยนเหรียญหนึ่งบาทเที่ยงตรง 1 เหรียญ 5 ครั้ง

....

....

....

....

(2) ตัวแปรสุ่ม X_2 คือจำนวนครั้งที่เหรียญหงายก้อยจากการโยนเหรียญหนึ่งบาทเที่ยงตรง 1 เหรียญ 1 ครั้ง

....

....

....

....

(3) ตัวแปรสุ่ม X_3 คือจำนวนหนังสือที่ชำรุด เมื่อสุ่มมา 1 ห่อ ซึ่งมีทั้งหมด 100 ห่อ โดยจำนวนหนังสือที่ชำรุดแต่ละห่อเป็นดังตาราง

จำนวนหนังสือที่ชำรุด (เล่ม)	0	1	2	3	4
จำนวนห่อ	20	20	20	20	20

....

....

....

(4) ตัวแปรสุ่ม X_4 คือผลรวมของเงินรางวัลจากการสุ่มหยิบสลาก 2 ใบพร้อมกัน จากกล่องที่มีสลาก 4 ใบ โดยแต่ละใบระบุจำนวนเงินไว้คือ 20, 30, 40 และ 50 บาท

....

....

....

....

....

....

(5) ตัวแปรสุ่ม X_5 คือจำนวนดินสอที่ชำรุด เมื่อสุ่มดินสอ 4 แท่งจากกล่องซึ่งมี 9 แท่ง ในจำนวนนี้เป็นดินสอที่ชำรุด 4 แท่ง

....

....

....

....

2. ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งนำบัตรกำนัลที่มีมูลค่า 1,000, 2,000, 3,000, ... มาเรียงกันจากน้อยไปมาก ถ้าความน่าจะเป็นที่ลูกค้าจับสลากได้บัตรกำนัลแต่ละใบมีค่าเท่ากันคือ 0.0625 แล้วบัตรกำนัลที่นำมาวางทั้งหมดมีมูลค่าเท่าไร

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3. การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นการแจกแจงเอกรูปแบบไม่ต่อเนื่อง และค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X คือ 4, 5, 6, 7 และ 8 จงหาค่าคาดหมายและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

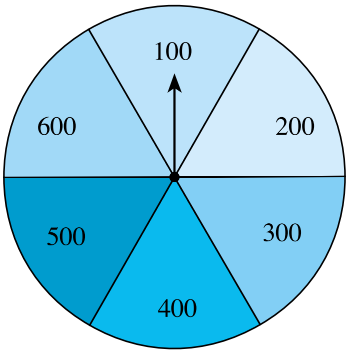
....

....

....

....

4. วงล้อเสี่ยงโชคแบ่งเป็น 6 ช่องเท่า ๆ กัน ดังรูป แต่ละช่องเขียนจำนวนเงินรางวัลไว้ สมมุติการหมุนวงล้อแต่ละครั้งโอกาสที่ลูกศรจะชี้ช่องใดช่องหนึ่งเท่ากัน และในการหมุนวงล้อแต่ละครั้งจะต้องจ่ายเงินซื้อบัตร 400 บาท จงหาว่าผู้เล่นควรเล่นเกมวงล้อเสี่ยงโชคนี้หรือไม่



วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

5. ในกล่องใบหนึ่งมีบัตร 10 ใบ หมายเลข 1–10 สุ่มหยิบบัตร 1 ใบออกจากกล่อง ถ้าได้บัตรเป็นจำนวนเฉพาะจะได้รางวัลเป็นหนึ่งร้อยเท่าของจำนวนเฉพาะนั้น เช่น 2 จะได้ 200 บาท ถ้าบัตรที่หยิบได้ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ จะได้รางวัลเป็นสิบเท่าของจำนวนนั้น เช่น 1 จะได้ 10 บาท ถ้าในการเล่นเกมนี้ผู้ซื้อจะต้องซื้อบัตรราคา 200 บาท ในการหยิบบัตร 1 ใบจากกล่อง จงหาว่าในการเล่นเกมแต่ละครั้งของผู้เล่นจะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4.2.2 การแจกแจงทวินาม

บทนิยาม

การแจกแจงทวินาม คือ การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ในการทดลองสุ่ม n ครั้งที่เป็นอิสระกัน โดยแต่ละครั้งมีโอกาสเกิดผลสำเร็จด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ p และไม่เกิดผลสำเร็จด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ $1-p$

เรียก n และ p ว่า **พารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินาม** แทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim B(n, p)$

ในการทดลองสุ่ม 1 ครั้ง ที่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ 2 แบบ คือ **สำเร็จ** กับ **ไม่สำเร็จ** เรียกว่า **การลองแบร์นูลลี**

เช่น การโยนเหรียญหนึ่งบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง เหรียญหงายหัวกับไม่หงายหัว (หรือหงายก้อย)

ทฤษฎีบท

ถ้าการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นการแจกแจงทวินาม แล้วจะได้

1. $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$
2. $\mu_x = np$
3. $\sigma_x^2 = np(1-p)$

เมื่อ n แทนจำนวนครั้งของการทดลองสุ่ม และ p แทนความน่าจะเป็นที่จะเกิดผลสำเร็จในการทดลองสุ่มแต่ละครั้ง

μ_x คือ ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X (หรือค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม)

σ_x^2 คือ ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

หมายเหตุ

จาก

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$\begin{aligned}\sum_{x=0}^{n} P(X = x) &= \sum_{x=0}^{n} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \\ &= (p+(1-p))^n \\ &= 1\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 ในการบำบัดผู้ติดบุหรี่ด้วยยาอมสมุนไพร พบว่าเมื่อผู้ติดบุหรี่ได้ยาอมสมุนไพรตามปริมาณและเวลาที่กำหนด ความน่าจะเป็นที่แต่ละคนจะเลิกสูบบุหรี่เป็น 0.8 ถ้าสุ่มผู้ที่ติดบุหรี่และบำบัดด้วยยาอมสมุนไพรนี้จำนวน 8 คน

(1) จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ติดบุหรี่เลิกบุหรี่ได้อย่างน้อย 5 คน

(2) จงหาค่าคาดหมายของจำนวนผู้ติดบุหรี่เลิกบุหรี่ได้ และแปลความหมาย

(3) จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนผู้ติดบุหรี่เลิกบุหรี่ได้ และแปลความหมาย

วิธีทำ ให้ตัวแปรสุ่ม X คือจำนวนผู้เลิกบุหรี่ได้จากผู้ติดบุหรี่ที่บำบัดด้วยยาอมสมุนไพรจำนวน 8 คน

ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 และ 8

เนื่องจากตัวแปรสุ่ม X มีลักษณะดังนี้

- เกิดจากการสุ่มผู้ที่ติดบุหรี่ที่บำบัดด้วยยาอมสมุนไพรจำนวน 8 คน เป็นอิสระต่อกัน
- การทดลองสุ่มแต่ละครั้งเกิดผลลัพธ์ 2 แบบ คือ สำเร็จ (เลิกสูบบุหรี่) หรือไม่สำเร็จ (ไม่เลิกบุหรี่)

– ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดบุหรี่แต่ละคนจะเลิกสูบบุหรี่ได้เท่ากันเท่ากับ 0.8 และความน่าจะเป็นที่ผู้ติดบุหรี่ไม่เลิกบุหรี่เป็น $1-0.8 = 0.2$

(1) ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดบุหรี่เลิกบุหรี่ได้อย่างน้อย 5 คน คือ

$P(X \geqslant 5) =$

$=$

$=$

$\approx$

$=$

(2) จาก $\mu_x = np$

$=$

$=$

ดังนั้น ค่าคาดหมายของจำนวนผู้ติดบุหรี่เลิกบุหรี่ได้ 6.4 คน หมายความว่า ในการสุ่มผู้ติดบุหรี่ที่บำบัดด้วยยาอมสมุนไพรจำนวน 8 คน โดยเฉลี่ยแล้วจะมีผู้เลิกบุหรี่ได้ 6.4 คน

(3) จาก $\sigma_x^2 = np(1-p)$

$=$

$=$

$\sigma_x =$

$\approx$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนผู้เลิกบุหรี่ได้มีค่าประมาณ 1.13 คน หมายความว่า ในการสุ่มผู้ที่ติดบุหรี่ที่บำบัดด้วยยาอมสมุนไพรนี้จำนวน 8 คน จำนวนผู้เลิกบุหรี่ได้ต่างจากค่าคาดหมายประมาณ 1.13 คน

แบบฝึกหัดที่ 4.2.2

1. กำหนดให้ $X \sim B(n, p)$ คือ $X \sim B(5, 0.2)$ จงหา

(1) $P(X = 3)$

วิธีทำ ....

....

....

(2) $P(X \leq 2)$

วิธีทำ ....

....

....

....

(3) $P(X > 3)$

วิธีทำ ....

....

....

....

(4) $P(2 \leq X \leq 4)$

วิธีทำ ....

....

....

....

2. ใน 1 สัปดาห์ ความน่าจะเป็นที่นภัทรจะทานข้าวกะเพราหมูสับไข่ดาวเท่ากับ $\frac{6}{10}$ จงหาความน่าจะเป็นที่นภัทรจะทานข้าวกะเพราหมูสับไข่ดาวไม่เกิน 3 วันในหนึ่งสัปดาห์

วิธีทำ ....

3. ในการโยนเหรียญที่ไม่เที่ยงตรงเหรียญหนึ่ง ความน่าจะเป็นที่เหรียญหงายก้อยในการโยนเหรียญแต่ละครั้งเท่ากับ 0.6 ให้ตัวแปรสุ่ม X คือจำนวนที่เหรียญหงายก้อยจากการโยนเหรียญนี้ 5 ครั้ง จงตอบคำถามต่อไปนี้

(1) ค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X ได้แก่ค่าใดบ้าง

วิธีทำ ....

(2) การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นการแจกแจงทวินามหรือไม่

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

(3) จงหาความน่าจะเป็นที่เหรียญหงายก้อยน้อยกว่า 3 ครั้ง

วิธีทำ ....

....

....

....

....

(4) โดยเฉลี่ยแล้วเหรียญจะหงายก้อยกี่ครั้ง

วิธีทำ ....

....

....

(5) จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่ม X

วิธีทำ ....

....

....

....

....

4. ในการทอดลูกเต๋า 5 ครั้ง ถ้าให้ผลสำเร็จคือเหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทั้งสองเท่ากับ 5 หรือ 6 จงหาความน่าจะเป็นที่ได้ผลสำเร็จอย่างมาก 3 ครั้ง และความน่าจะเป็นที่จะได้ผลสำเร็จ 4 ครั้ง

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4.3 การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

จุดประสงค์

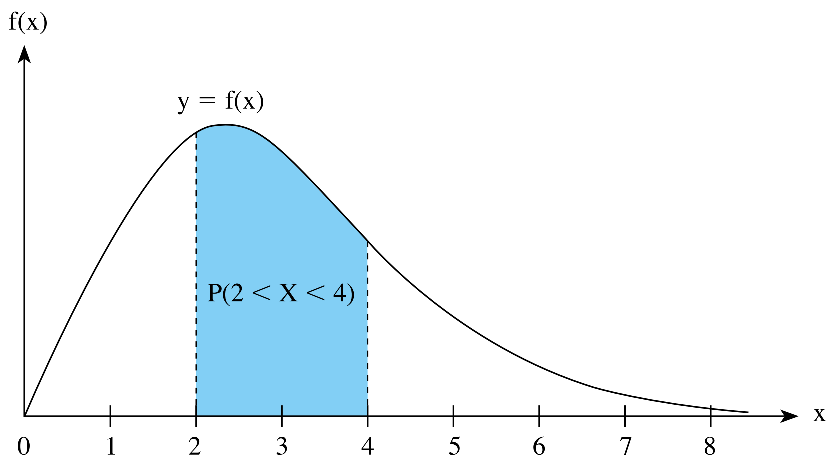
นักเรียนสามารถหาความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่มปกติที่มีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนดให้ได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล
5. การคิดสร้างสรรค์

เส้นโค้งความหนาแน่นเป็นกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ โดยที่ x แทนค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม ซึ่งจะเรียกฟังก์ชันนี้ว่า **ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (probability density function)**

เส้นโค้งความหนาแน่นของตัวแปรสุ่ม X



ความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่ม X มีค่ามากกว่า 2 แต่น้อยกว่า 4 เท่ากับพื้นที่ส่วนที่แรเงา

$$P(2 < X < 4) = \int_{2}^{4} f(x)dx$$

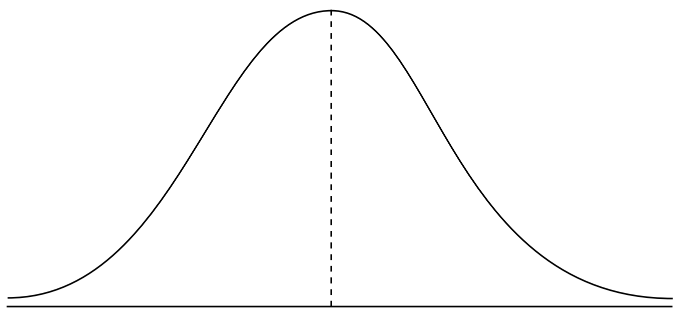
$f(x)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

เมื่อ 1. $f(x) \geq 0$ สำหรับทุก x ที่เป็นค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X

2. พื้นที่ใต้เส้นโค้งความหนาแน่นทั้งหมดเท่ากับ 1

4.3.1 การแจกแจงปกติ

เส้นโค้งของความถี่ที่พบบ่อย ๆ เป็นรูประฆัง เรียกว่า **เส้นโค้งปกติ** การแจกแจงความถี่ของข้อมูลซึ่งให้เส้นโค้งของความถี่มีลักษณะเป็นรูประฆัง เรียกว่า **การแจกแจงปกติ** สมการของเส้นโค้งขึ้นอยู่กับค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน



บทนิยาม

การแจกแจงปกติ คือ การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นคือ

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{เมื่อ } -\infty < x < \infty$$

หรือ

$$y_i = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{เมื่อ } i \text{ คือ } 1, 2, ..., N$$

โดยที่ $\pi \approx 3.14$, $e \approx 2.718$

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

σ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

N แทนจำนวนประชากร

สมบัติของเส้นโค้งปกติ

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากัน
2. แกนสมมาตรของเส้นโค้งจะผ่านค่าเฉลี่ยเลขคณิต
3. เมื่อต่อปลายเส้นโค้งออกไปทั้งสองข้าง จะไม่ตัดแกนนอน
4. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ

4.3.2 การแจกแจงปกติมาตรฐาน

การแจกแจงปกติมาตรฐาน (standard normal distribution) คือ การแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 ($\mu = 0$ และ $\sigma = 1$)

ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม Z ที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน คือ

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad \text{เมื่อ } -\infty < z < \infty$$

เส้นโค้งปกติที่ได้จากตัวแปรสุ่มปกติที่มี $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$ จะเรียกว่า **เส้นโค้งปกติมาตรฐาน**

ทฤษฎีบท

ให้ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงปกติ โดยมี μ เป็นค่าเฉลี่ย และ σ เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ถ้า $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ แล้วตัวแปรสุ่ม Z จะมีการแจกแจงปกติมาตรฐาน

นั่นคือ $\mu_Z = 0$ และ $\sigma_Z = 1$

และ $P(a \leq x \leq b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$

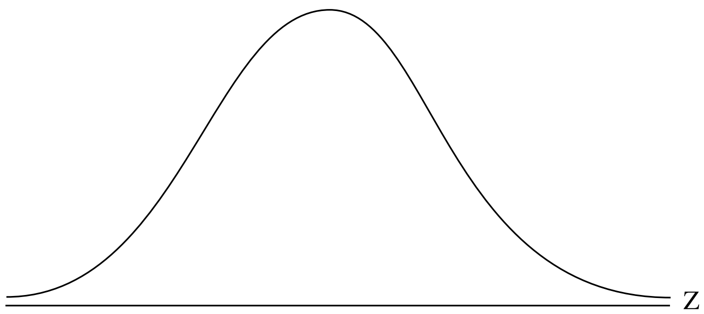
เมื่อ a, b เป็นค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X และ $a \leq b$

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง x_1 และ x_2 จะเท่ากับพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง Z_1 และ Z_2 เมื่อ $Z_1 = \frac{X_1-\mu}{\sigma}$ และ $Z_2 = \frac{X_2-\mu}{\sigma}$

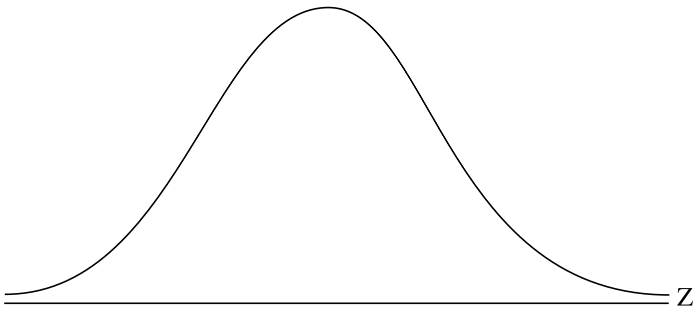
ตัวอย่างพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

1. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $Z = 0$ และ $Z = 1.00$



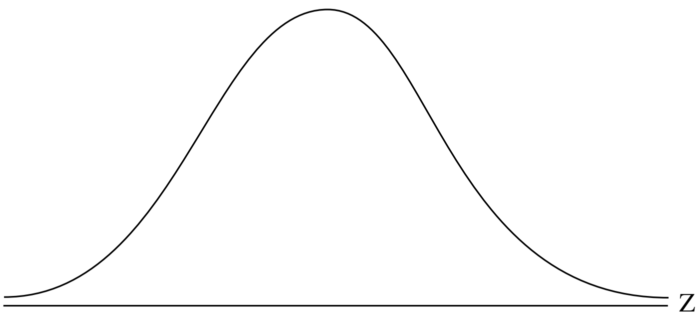
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $0 < Z <$ ______ หรือ $P(0 < Z <$ ______ $)$ เท่ากับ

2. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $Z = -1.00$ และ $Z = 0$



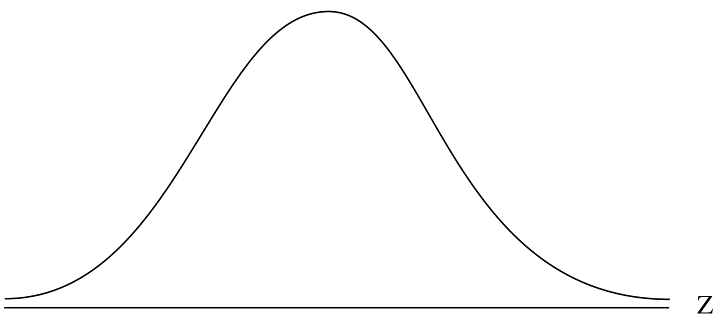
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $\quad < Z < \quad$ หรือ P($\quad < Z < \quad$)เท่ากับ

3. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $Z = -1.00$ และ $Z = 1.00$



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $\quad < Z < \quad$ หรือ P($\quad < Z < \quad$)เท่ากับ

4. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $Z = 0.5$ และ $Z = 1.2$



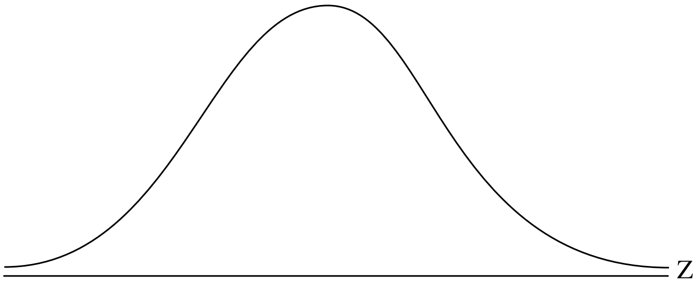
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง เท่ากับ

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง เท่ากับ

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง หรือ

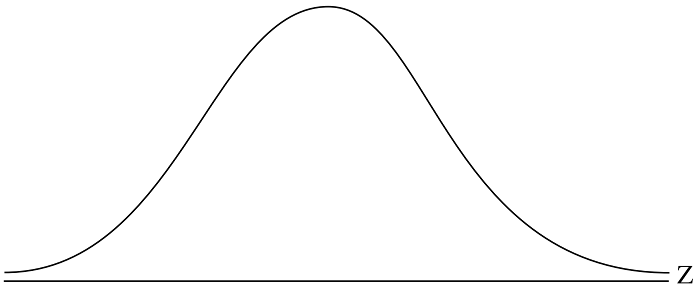
เท่ากับ

5. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $Z = -2.00$ และ $Z = -0.5$



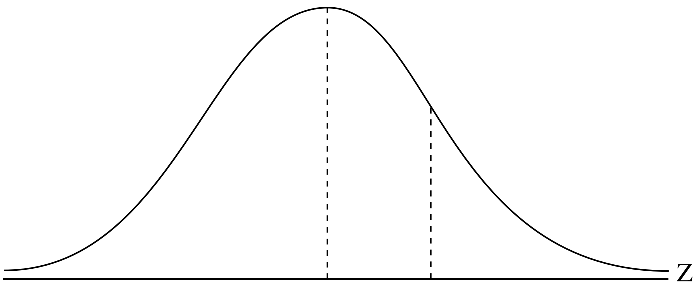
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง เท่ากับ
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง เท่ากับ
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง หรือ
เท่ากับ

6. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $Z < 1.2$



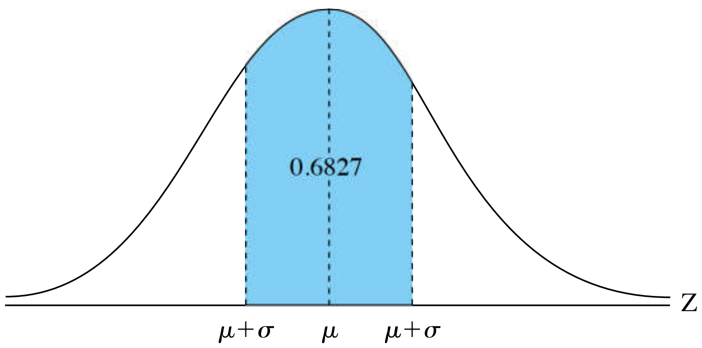
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง เท่ากับ
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง เท่ากับ
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง หรือ
เท่ากับ

7. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $Z > 1.2$

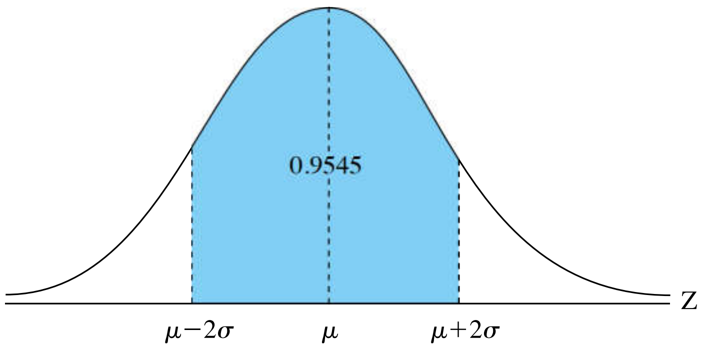


พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง เท่ากับ
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง เท่ากับ
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง หรือ
เท่ากับ $0.5000 - 0.3849 = 0.1151$

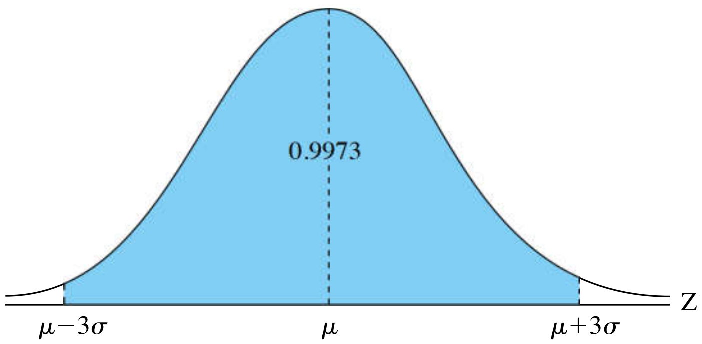
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $\mu-\sigma$ ถึง $\mu+\sigma$ (ประมาณ 68.27%)



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $\mu-2\sigma$ ถึง $\mu+2\sigma$ (ประมาณ 95.45%)



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $\mu-3\sigma$ ถึง $\mu+3\sigma$ (ประมาณ 99.73%)

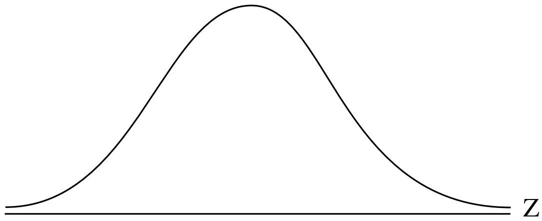


แบบฝึกหัดที่ 4.3

1. ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติโดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 40 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 จงหาว่ามีกี่เปอร์เซ็นต์ของข้อมูลซึ่งมีค่า

(1) มากกว่า 44

วิธีทำ $Z = \frac{44-40}{10} = 0.4$



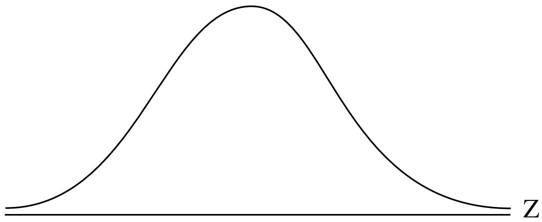
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

$0 < Z < 0.4$ เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $Z > 0.4$ เท่ากับ ....

(2) มากกว่า 24

วิธีทำ $Z = \frac{24-40}{10} = -1.6$



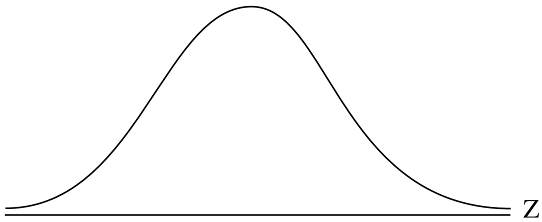
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

$-1.6 < Z < 0$ เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $Z > -1.6$ เท่ากับ ....

(3) น้อยกว่า 32

วิธีทำ $Z = \frac{32-40}{10} =$ ....



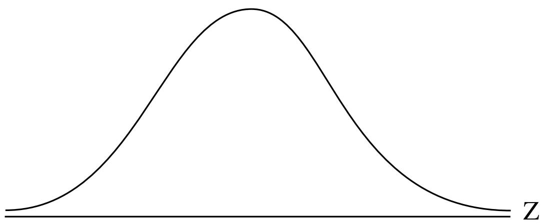
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... $< Z < 0$ เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $Z <$ .... เท่ากับ ....

(4) น้อยกว่า 45

วิธีทำ $Z = \frac{45-40}{10} =$ ....



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....

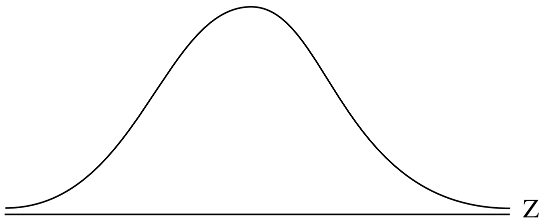
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

(5) มากกว่า 47.5

วิธีทำ Z = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

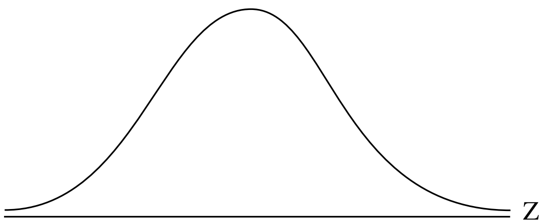
....

(6) ระหว่าง 24 และ 44

วิธีทำ Z_1 = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... $< Z_1 < 0$ เท่ากับ ....



Z_2 = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

$0 < Z_2 <$ .... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

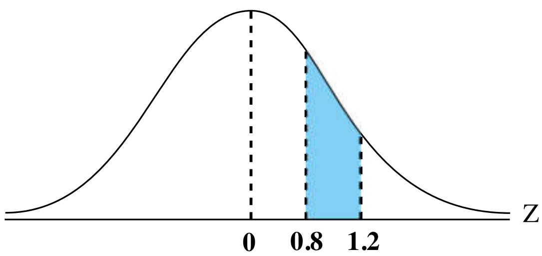
....

(7) ระหว่าง 48 และ 52

วิธีทำ Z_1 = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

$0 < Z_1 <$........... เท่ากับ ....



Z_2 = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

$0 < Z_2 <$........... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

....

(8) ระหว่าง 25.6 และ 35.2

วิธีทำ Z_1 = ...

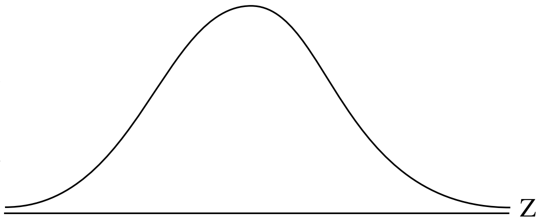
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....

Z_2 = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

....

2. ในการบรรจุน้ำผลไม้กล่องให้มีปริมาตรสุทธิ 125 มิลลิลิตร ถ้าปริมาตรของน้ำผลไม้ที่บรรจุมีการแจกแจงปกติโดยมีปริมาตรเฉลี่ย 125.5 มิลลิลิตร และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.5 มิลลิลิตร จงหาว่ามีกี่เปอร์เซ็นต์ที่น้ำผลไม้ในแต่ละกล่องมีปริมาตร

(1) ระหว่าง 125 มิลลิลิตร และ 125.5 มิลลิลิตร

วิธีทำ $Z_1 = \dfrac{125-125.5}{0.5}$ = ...

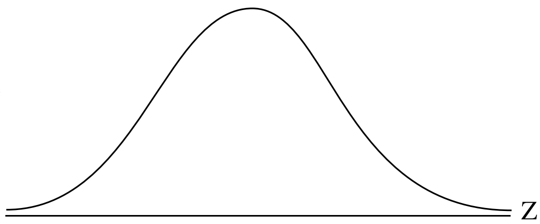
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....

$Z_2 = \dfrac{125.5-125.5}{0.5}$ = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....



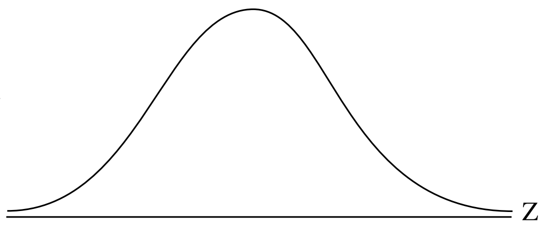
ปริมาตรน้ำผลไม้บรรจุกล่องระหว่าง 125 มิลลิลิตร และ 125.5 มิลลิลิตร เท่ากับ ....

(2) ระหว่าง 125.2 มิลลิลิตร และ 125.8 มิลลิลิตร

วิธีทำ Z_1 = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....



Z_2 = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

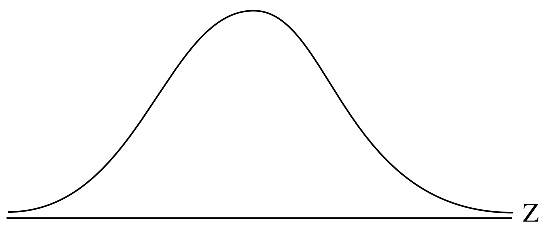
.... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ปริมาตรน้ำผลไม้บรรจุกล่องระหว่าง 125.2 มิลลิลิตร และ 125.8 มิลลิลิตร เท่ากับ ....

(3) ระหว่าง 125.9 มิลลิลิตร และ 126.2 มิลลิลิตร

วิธีทำ Z_1 = ...



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....

Z_2 = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

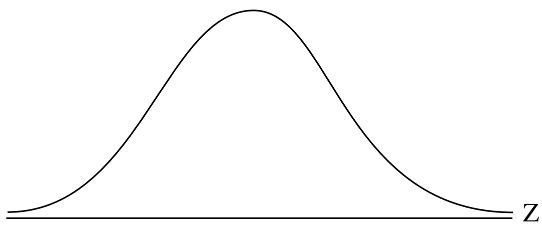
.... เท่ากับ ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ปริมาตรน้ำผลไม้บรรจุกล่องระหว่าง 125.9 มิลลิลิตร และ 126.2 มิลลิลิตร เท่ากับ ....

(4) ระหว่าง 124.5 มิลลิลิตร และ 125.2 มิลลิลิตร

วิธีทำ Z_1 = ...



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....

Z_2 = ...

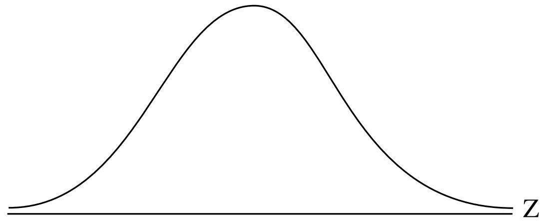
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ปริมาตรน้ำผลไม้บรรจุกล่องระหว่าง 124.5 มิลลิลิตร และ 125.2 มิลลิลิตร เท่ากับ

(5) มากกว่า 124.58 มิลลิลิตร



วิธีทำ Z = ...

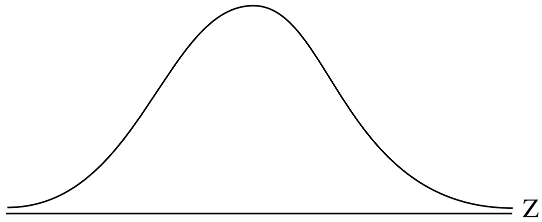
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ปริมาตรน้ำผลไม้บรรจุกล่องมากกว่า 124.58 มิลลิลิตร เท่ากับ ....

(6) มากกว่า 125.85 มิลลิลิตร



วิธีทำ Z = ...

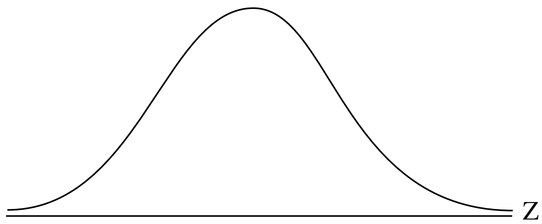
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ปริมาตรน้ำผลไม้บรรจุกล่องมากกว่า 125.85 มิลลิลิตร เท่ากับ ....

(7) น้อยกว่า 126.12 มิลลิลิตร



วิธีทำ Z = ...

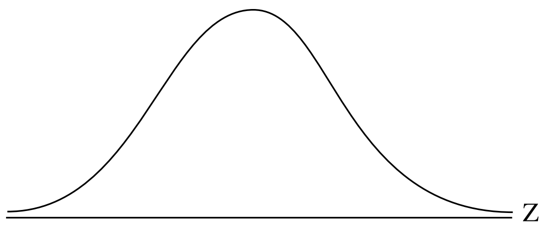
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ปริมาตรน้ำผลไม้บรรจุกล่องน้อยกว่า 126.12 มิลลิลิตร เท่ากับ ....

(8) น้อยกว่า 125.16 มิลลิลิตร



วิธีทำ Z_1 = ...

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง

.... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

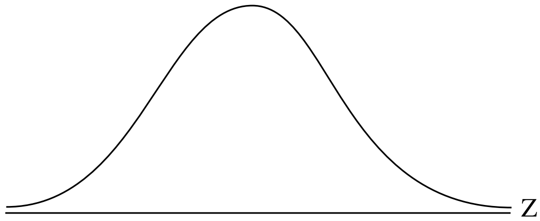
ปริมาตรน้ำผลไม้บรรจุกล่องน้อยกว่า 125.16 มิลลิลิตร เท่ากับ ....

3. ค่าจ้างรายวันของคนงานบริษัทแห่งหนึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่าจ้างรายวันเป็น 180 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 15 บาท มีการแจกแจงปกติ นายธาดาได้ค่าจ้างวันละ 192 บาท มีคนงานที่ได้ค่าจ้างรายวันน้อยกว่านายธาดากี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ คะแนนมาตรฐาน $Z_i = \dfrac{X_i - \mu}{\sigma}$

ค่าจ้าง 192 บาท คิดเป็นค่ามาตรฐาน เท่ากับ $\dfrac{192-180}{15}$ = ...

เขียนเส้นโค้งปกติมาตรฐานได้ดังนี้



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $0 < Z <$ .... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $Z <$ .... แท่ากับ ....

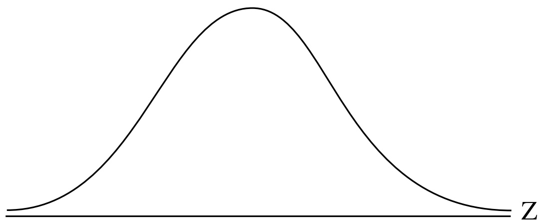
ดังนั้น มีคนงานที่ได้ค่าจ้างรายวันน้อยกว่านายธาดา ....

4. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเป็น 69.5 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 2.5 คะแนน และมีการแจกแจงปกติ มีนักเรียนสอบได้คะแนนต่ำกว่า 65 คะแนน กี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ คะแนนมาตรฐาน $Z_i = \dfrac{X_i - \mu}{\sigma}$

คะแนน 65 คะแนน คิดเป็นค่ามาตรฐาน เท่ากับ ....

เขียนเส้นโค้งปกติมาตรฐานได้ดังนี้



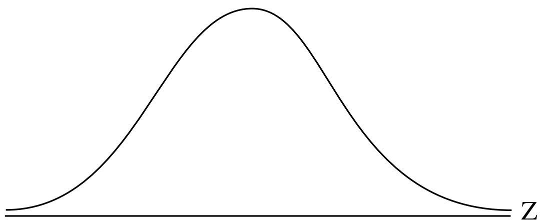
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $-1.8 < Z < 0$ เท่ากับ..

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $Z < -1.8$ เท่ากับ ....

ดังนั้น มีนักเรียนสอบได้คะแนนต่ำกว่า 65 คะแนน คิดเป็น ....

5. น้ำหนักสุทธิของกระป๋องนมที่ผลิตโดยบริษัทแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีน้ำหนักสุทธิเฉลี่ยเป็น 15.00 กรัม ถ้ากระป๋องที่มีน้ำหนักสุทธิน้อยกว่า 14.40 กรัม มีอยู่ 30.85% จงหาความแปรปรวนของน้ำหนักสุทธิของกระป๋องนมที่ผลิตโดยบริษัทนี้

วิธีทำ



จากสูตร $Z_i = \dfrac{X_i - \mu}{\sigma}$

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $x < Z < 0$ เท่ากับ ....

จากตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

A = ... จะได้ Z = ...

ค่ามาตรฐานที่ตรงกับ x คือ ....

แทนค่าในสูตรจะได้ ....

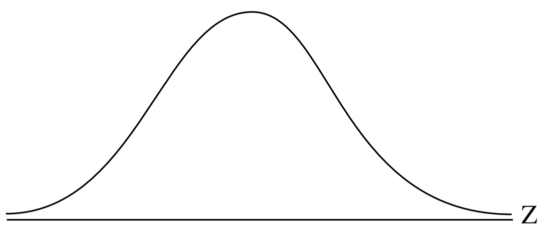
....

....

ดังนั้น ความแปรปรวนของน้ำหนักสุทธิของกระป๋องนมที่ผลิตเท่ากับ ....

6. คะแนนสอบของนักเรียนชั้น ม.6 ซึ่งมีคะแนนเต็ม 500 คะแนน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 280 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 20 คะแนน อนันต์สอบได้คะแนนเท่ากับเปอร์เซ็นไทล์ที่ 80 นันทาสอบได้คะแนนเท่ากับเดไซล์ที่ 4 อนันต์สอบได้คะแนนมากกว่านันทากี่คะแนน

วิธีทำ



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $Z = 0$ และ P_{80} เท่ากับ ....

จากตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $0 < Z < 0.84$ เท่ากับ 0.2995

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $0 < Z < 0.85$ เท่ากับ 0.3023

เทียบบัญญัติไตรยางศ์

		A	Z		
0.0028	0.0005	0.2995	0.84	n	0.01
		0.3000	Z		
		0.3023	0.85		

....

....

....

....

ดังนั้น P_{80} คิดเป็นค่ามาตรฐาน ....

จากสูตร $Z_i = \dfrac{X_i - \mu}{\sigma}$

.... $= \dfrac{x - 280}{20}$

$x =$ ....

ดังนั้น อนันต์สอบได้ .... คะแนน

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง D_4 และ $Z = 0$ เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $0 < Z < 0.25$ เท่ากับ 0.0987

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $0 < Z < 0.26$ เท่ากับ 0.1026

เทียบบัญญัติไตรยางศ์

		A	Z		
0.0039	0.0013	0.0987	0.25	n	0.01
		0.1000	Z		
		0.1026	0.26		

....

....

....

....

ดังนั้น D_4 คิดเป็นค่ามาตรฐาน..

จากสูตร $Z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$

.... $= \frac{x - 280}{20}$

$x =$ ....

ดังนั้น นันทาสอบได้ .... คะแนน

อนันต์สอบได้คะแนนมากกว่านันทา .... คะแนน

7. คะแนนทดสอบความถนัดทางคณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มนักเรียนหญิงมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต 64 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 คะแนน และกลุ่มนักเรียนชายมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต 72 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 8 คะแนน ถ้าคะแนนแต่ละกลุ่มมีการแจกแจงปกติ

(1) ถ้าศตวรรษสอบได้ 65 คะแนน คะแนนของเขาเป็นเปอร์เซ็นไทล์ที่เท่าไรในกลุ่มนักเรียนชาย

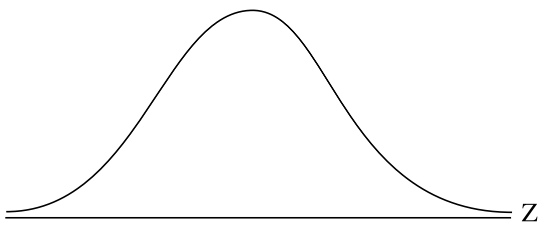
(2) ถ้าณัฐพรสอบได้ 75 คะแนน คะแนนของเขาเป็นเปอร์เซ็นไทล์ที่เท่าไรในกลุ่มนักเรียนหญิง และเป็นเปอร์เซ็นไทล์ที่เท่าไรในกลุ่มนักเรียนชาย

วิธีทำ (1) หาค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของศตวรรษในกลุ่มนักเรียนชาย

จากสูตร $Z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$

ค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของศตวรรษในกลุ่มนักเรียนชาย = ...

....



จากตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ .... หรือ ....

ดังนั้น มีคนที่สอบได้คะแนนต่ำกว่าศตวรรษ...

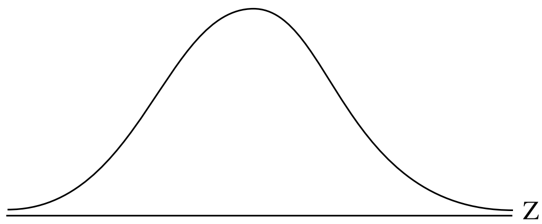
นั่นคือ ศตวรรษสอบได้คะแนนเป็นเปอร์เซ็นไทล์ที่ .... ของคะแนนในกลุ่มนักเรียนชาย

(2) หาค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของณัฐพรในกลุ่มนักเรียนหญิง

จากสูตร $Z_i = \dfrac{X_i - \mu}{\sigma}$

ค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของณัฐพรในกลุ่มนักเรียนหญิง = ...

....



จากตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

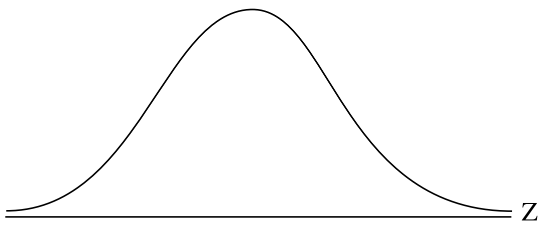
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ .... หรือ ....

ดังนั้น มีคนที่สอบได้คะแนนต่ำกว่าณัฐพร ....

นั่นคือ ณัฐพรสอบได้คะแนนเป็นเปอร์เซ็นไทล์ที่ .... ของคะแนนในกลุ่มนักเรียนหญิง

ค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของณัฐพรในกลุ่มนักเรียนชาย = ...

....



จากตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

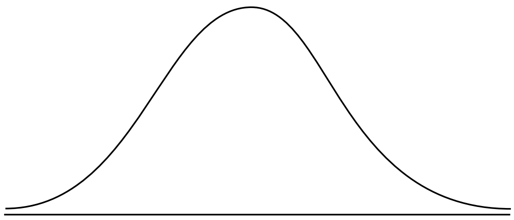
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $0 < Z < 0.38$ เท่ากับ .... หรือ ....

ดังนั้น มีคนที่สอบได้คะแนนต่ำกว่าณัฐพร ....

นั่นคือ ณัฐพรสอบได้คะแนนเป็นเปอร์เซ็นไทล์ที่ .... ของคะแนนในกลุ่มนักเรียนชาย

8. ให้ x เป็นความคลาดเคลื่อนในรอบ 24 ชั่วโมงของนาฬิกาที่ผลิตโดยโรงงานแห่งหนึ่ง ถ้าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 0.004 วินาที และความแปรปรวนเป็น 0.25 วินาที^{2} จงหา x ซึ่งทำให้ 42.30% ของนาฬิกาทั้งหมดที่ผลิตได้จะมีความคลาดเคลื่อนระหว่าง x กับ 0.154 วินาที

วิธีทำ



จากสูตร $Z_i = \dfrac{X_i - \mu}{\sigma}$

แปลง 0.154 เป็นค่ามาตรฐานได้เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $0 < Z <$ .... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $x < Z < 0$ เท่ากับ ....

จากตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

$A =$ .... จะได้ $Z =$ ....

ค่ามาตรฐานที่ตรงกับ x คือ ....

แทนค่าในสูตรจะได้ ....

....

....

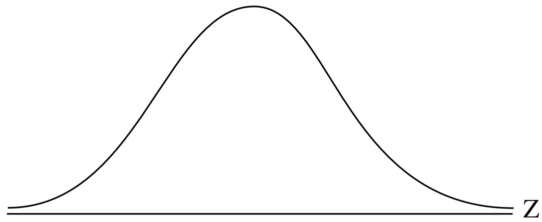
ดังนั้น $x =$ ....

9. ในการผลิตยางรถยนต์ของบริษัทแห่งหนึ่ง ปรากฏว่าความหนาของยางรถยนต์มีการแจกแจงปกติ มีความหนาโดยเฉลี่ย 2.25 เซนติเมตร ความแปรปรวนเป็น 0.0625 เซนติเมตร^2 ยางรถยนต์ที่ผลิตได้มีความหนาอยู่ระหว่าง 1.85 เซนติเมตร และ 2.75 เซนติเมตร มีกี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ จากสูตร $Z_i = \dfrac{X_i - \mu}{\sigma}$

เมื่อ $x_1 = 1.85;$ $Z_1 = \dfrac{1.85 - 2.25}{0.25} =$ ....

เมื่อ $x_2 = 2.75;$ $Z_2 =$ ....



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ดังนั้น ยางรถยนต์ที่ผลิตได้มีความหนาระหว่าง 1.85 เซนติเมตร และ 2.75 เซนติเมตร เท่ากับ .... ของยางรถยนต์ที่ผลิตได้ทั้งหมด

10. ถ้าน้ำหนักของส้มแต่ละเข่งมีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักส้มเท่ากับ 25 กิโลกรัม และความแปรปรวนเป็น 25 กิโลกรัม^2 จงหาความน่าจะเป็นที่ส้มเข่งหนึ่ง ๆ จะมีน้ำหนัก

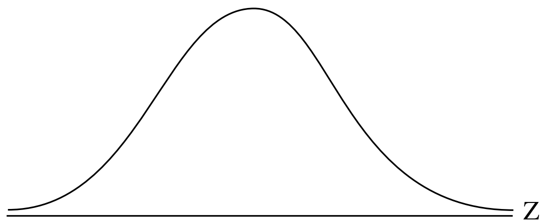
(1) มากกว่า 28 กิโลกรัม

(2) ระหว่าง 24 กิโลกรัม และ 27 กิโลกรัม

วิธีทำ จากสูตร $Z_i = \dfrac{X_i - \mu}{\sigma}$

ความแปรปรวนเท่ากับ 25 กิโลกรัม^2 จะได้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .... กิโลกรัม

(1) ค่ามาตรฐานของน้ำหนักส้ม 28 กิโลกรัม เท่ากับ ....



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $0 < Z <$ .... เท่ากับ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ส้มเข่งหนึ่ง ๆ จะมีน้ำหนักมากกว่า 28 กิโลกรัม เท่ากับ

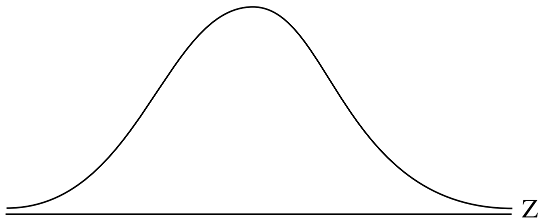
....

(2) เมื่อ $x_1 = 24$ จะได้ $Z_1 =$ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

เมื่อ $x_2 = 27$ จะได้ $Z_2 =$ ....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

....

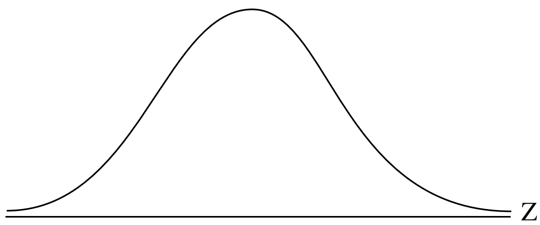
ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ส้มเข่งหนึ่ง ๆ จะมีน้ำหนักระหว่าง 24 กิโลกรัม และ 27 กิโลกรัม เท่ากับ ....

11. จากการทดสอบพบว่าอายุการใช้งานของโทรทัศน์ยี่ห้อหนึ่งมีการแจกแจงปกติ อายุเฉลี่ยของการใช้งานเป็น 5.2 ปี และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 1.6 ปี ถ้าผู้ใช้ได้รับประกันเป็นเวลา 2 ปี จงหาเปอร์เซ็นต์ของอายุการใช้งานของโทรทัศน์ยี่ห้อนี้เสียก่อนถึงกำหนดที่รับประกันไว้

วิธีทำ จากสูตร Z_i = ...

ค่ามาตรฐานของอายุการใช้งาน 2 ปี = ...

= ....



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ดังนั้น อายุการใช้งานของโทรทัศน์เสียก่อนถึงกำหนดเท่ากับ ....

....

....

12. แม่ค้าคนหนึ่งขายสินค้าโดยมีรายได้เฉลี่ยต่อวันเท่ากับ 1,250 บาท และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 200 บาท ถ้ารายได้ของแม่ค้ามีการแจกแจงปกติ จงหาความน่าจะเป็นที่แม่ค้าคนนี้จะมีรายได้

(1) มากกว่า 1,500 บาทต่อวัน

(2) น้อยกว่า 1,200 บาทต่อวัน

วิธีทำ (1) จากสูตร $Z_i = \dfrac{X_i - \mu}{\sigma}$

รายได้มากกว่า 1,500 บาทต่อวัน

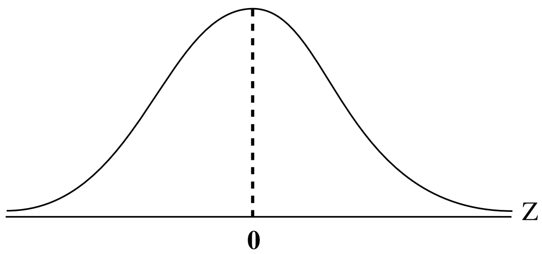
ค่ามาตรฐานของรายได้ = ...

= ....

(2) รายได้น้อยกว่า 1,200 บาทต่อวัน

ค่ามาตรฐานของรายได้ = ...

= ....



พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่แม่ค้าคนนี้มีรายได้มากกว่า 1,500 บาทต่อวัน เท่ากับ

....

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง .... เท่ากับ ....

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่แม่ค้าคนนี้มีรายได้น้อยกว่า 1,200 บาทต่อวัน เท่ากับ

....

สรุป

ตัวแปรสุ่มและการแจกแจงความน่าจะเป็น

ความหมายของตัวแปรสุ่ม

ตัวแปรสุ่ม คือ ฟังก์ชันจากปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มไปยังเซตของจำนวนจริง

ชนิดของตัวแปรสุ่ม

1. ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง คือ ตัวแปรสุ่มที่ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดสามารถนับจำนวนสมาชิกได้เป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์
2. ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง คือ ตัวแปรสุ่มที่ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดเป็นช่วงที่เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง (R)

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง

➪ **ค่าคาดหมาย**

$$\mu_x = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i)$$

➪ **ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน**

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_x)^2 P(X = x_i)}$$

(1) การแจกแจงเอกรูปแบบไม่ต่อเนื่อง

ให้ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง X คือ $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นการแจกแจงเอกรูปแบบไม่ต่อเนื่อง เมื่อ $P(X = x) = \frac{1}{n}$ สำหรับทุก $i = \{1, 2, 3, ..., n\}$

(2) การแจกแจงทวินาม

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ในการทดลองสุ่ม n ครั้งที่เป็นอิสระต่อกัน โดยแต่ละครั้งมีโอกาสเกิดผลสำเร็จด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ p และไม่เกิดผลสำเร็จด้วยความน่าจะเป็น เท่ากับ $1-p$

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

โดย $\mu_x = np$

และ $\sigma_x^2 = np(1-p)$

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

(1) การแจกแจงปกติ

การแจกแจงปกติ คือ การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น คือ

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{เมื่อ } -\infty < x < \infty$$

หรือ

$$y_i = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{เมื่อ } i \text{ คือ } 1, 2, \ldots, N$$

(2) การแจกแจงปกติมาตรฐาน

การแจกแจงปกติมาตรฐาน คือ การแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 การหาความน่าจะเป็นหาได้จากตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน โดยค่าในตารางจะแสดงพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานนับจากจุด $Z = 0$ ถึงจุด Z ที่สนใจ โดยที่ Z คือค่ามาตรฐาน ซึ่งหาได้จากสูตร $Z_i = \frac{X_i-\mu}{\sigma}$

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ตัวแปรสุ่มในข้อใดเป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง
   1. อายุของผู้ป่วยในโรงพยาบาลแห่งหนึ่ง
   2. จำนวนน้ำดื่มเป็นขวดที่โรงงานแห่งหนึ่งผลิตได้เวลา 1 วัน
   3. ปริมาณน้ำฝนที่ตกในกรุงเทพมหานคร
   4. ถูกต้องทุกข้อ
2. จำนวนวันที่นักเรียนชั้น ม.1 ห้องหนึ่งออกกำลังกายใน 1 สัปดาห์ เป็นดังตาราง

จำนวนวันที่ออกกำลังกาย ใน 1 สัปดาห์	1	2	3	4	5
จำนวนนักเรียน (คน)	7	10	12	6	3

   ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับข้อใด (โดยประมาณ)
   1. 2.68 วัน
   2. 2.86 วัน
   3. 3.02 วัน
   4. 3.32 วัน
3. ให้ตัวแปรสุ่ม X คือจำนวนครั้งที่ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 5 หรือ 6 จากการทอดลูกเต๋าเที่ยงตรง 1 ลูก 2 ครั้ง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับข้อใด
   1. $\frac{2}{3}$
   2. $\frac{3}{4}$
   3. $\frac{4}{9}$
   4. $\frac{5}{9}$
4. ให้ตัวแปรสุ่ม X มีค่าที่เป็นไปได้เป็นจำนวนนับ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ถ้าการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นการแจกแจงเอกรูปแบบไม่ต่อเนื่อง ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับข้อใด
   1. 2
   2. 4
   3. 5
   4. 10
5. กำหนดให้ $X \sim B(6, 0.4)$ และค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5 ข้อใด **ไม่ถูกต้อง**
   1. $P(X = 2) \approx 0.276$
   2. $P(X \geqslant 5) = 0.04096$
   3. $P(X < 3) \approx 0.5$
   4. $P(3 \leqslant x \leqslant 4) \approx 0.444$
6. ครอบครัวหนึ่งต้องการมีบุตร 4 คน ถ้าโอกาสที่บุตรแต่ละคนจะเป็นเพศหญิงหรือเพศชายเท่ากัน และให้ตัวแปรสุ่ม X คือจำนวนบุตรเพศหญิงของครอบครัวนี้ ข้อใดถูกต้อง
   1. $\mu_x = 1, \sigma_x^2 = 1$
   2. $\mu_x = 1, \sigma_x^2 = 2$
   3. $\mu_x = 2, \sigma_x^2 = 2$
   4. $\mu_x = 2, \sigma_x^2 = 1$
7. ชายกลุ่มหนึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสูงเท่ากับ 150 เซนติเมตร และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 เซนติเมตร ถ้ากำหนดการคัดเลือกให้ทำงานอย่างหนึ่งโดยถือเกณฑ์ว่าจะต้องมีคะแนนมาตรฐานของความสูงเป็น 2.5 ชายที่มีความสูงตั้งแต่เท่าไรขึ้นไปจึงจะได้รับการคัดเลือกให้เข้าทำงาน
   1. 173 เซนติเมตร
   2. 174 เซนติเมตร
   3. 175 เซนติเมตร
   4. 176 เซนติเมตร
8. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง ปรากฏว่าจามรสอบได้ 30 คะแนน คิดเป็นคะแนนมาตรฐานเท่ากับ 1.00 ศตวรรษสอบได้ 15 คะแนน คิดเป็นคะแนนมาตรฐานเท่ากับ −2.00 สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์นี้เป็นเท่าไร
   1. 20%
   2. 25%
   3. 40%
   4. 50%

9. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง ถ้าณัฐพรสอบได้ 90 คะแนน คิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 2.4 และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนของนักเรียนในห้องนี้เท่ากับ 25% คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งห้องนี้เป็นเท่าไร
   1. 50.00 คะแนน 2. 55.00 คะแนน
   3. 56.25 คะแนน 4. 79.40 คะแนน
10. จากผลการสอบวิชาสังคมศึกษาฯ ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ปรากฏว่าคะแนนในการสอบมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 50 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 คะแนน ถ้านักเรียนคนหนึ่งสอบได้ 45 คะแนน จะมีนักเรียนร้อยละเท่าไรที่จะสอบได้คะแนนน้อยกว่านักเรียนคนนี้
   1. ร้อยละ 15.87 2. ร้อยละ 34.13
   3. ร้อยละ 43.32 4. ร้อยละ 84.13
11. ยางรถยนต์ชนิดหนึ่งที่ผลิตออกมาได้ครั้งหนึ่งมีความทนทานแจกแจงปกติ ความทนทานเป็นระยะทางเฉลี่ยเท่ากับ 15,200 กิโลเมตร และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความทนทานเท่ากับ 1,250 กิโลเมตร มียางชนิดนี้ร้อยละเท่าไรที่มีความทนทานมากกว่า 17,700 กิโลเมตร
   1. ร้อยละ 47.73 2. ร้อยละ 34.13
   3. ร้อยละ 15.87 4. ร้อยละ 2.28
12. ถ้าการแจกแจงของรายได้ของประชากรในประเทศไทยเป็นการแจกแจงปกติ ซึ่งผู้มีรายได้เฉลี่ยต่อเดือนต่ำกว่า 4,000 บาท เรียกว่า "ผู้มีรายได้น้อย" ส่วนผู้มีรายได้เฉลี่ยต่อเดือนตั้งแต่ 4,000 บาท ถึง 20,000 บาท เรียกว่า "ผู้มีรายได้ปานกลาง" และผู้มีรายได้เฉลี่ยต่อเดือนมากกว่า 20,000 บาทขึ้นไป เป็น "ผู้มีรายได้มาก" จากการสำรวจพบว่าจำนวนของประชากรที่มีรายได้ระดับต่าง ๆ มีดังนี้ ผู้มีรายได้น้อย 15% ผู้มีรายได้ปานกลาง 75% ผู้มีรายได้มาก 10% ถ้าจากตารางพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติของค่ามาตรฐานตั้งแต่ 0 ถึง 1.036 เท่ากับ 0.35 และพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติของค่ามาตรฐานตั้งแต่ 0 ถึง 1.281 เท่ากับ 0.40 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้ของประชากรเท่ากับข้อใด
   1. $\overline{X}$ = 11,144.08 บาท, S.D. = 690.50 บาท
   2. $\overline{X}$ = 11,154.08 บาท, S.D. = 6,905.48 บาท
   3. $\overline{X}$ = 11,154.08 บาท, S.D. = 6,925.50 บาท
   4. $\overline{X}$ = 12,082.42 บาท, S.D. = 6,945.50 บาท
13. ในการสอบเชาวน์ปัญญา (I.Q.) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายของโรงเรียนประถมแห่งหนึ่ง ได้ผลการสอบดังนี้ นักเรียนที่มี I.Q. ต่ำกว่า 90 มี 15% นักเรียนที่มี I.Q. ระหว่าง 90–110 มี 60% นักเรียนที่มี I.Q. สูงกว่า 110 มี 25% ถ้าการแจกแจงของคะแนนสอบ I.Q. ของนักเรียนชั้นนี้เป็นการแจกแจงปกติ แล้วสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนสอบ I.Q. ของนักเรียนชั้นนี้เป็นเท่าไร (กำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติของค่ามาตรฐานตั้งแต่ 0 ถึง 1.04 เท่ากับ 35% และตั้งแต่ 0 ถึง 0.67 เท่ากับ 25%)
   1. 10.22% 2. 11.45%
   3. 11.70% 4. 12.08%
14. ในการชั่งน้ำหนักของนักเรียนจำนวน 110 คน น้ำหนักที่ได้มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 94 ปอนด์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7 ปอนด์ อดุลย์มีน้ำหนักมากกว่านักเรียนคนอื่น ๆ คิดเป็น 30% อดุลย์หนักกี่ปอนด์
   1. 87.67 ปอนด์ 2. 89.33 ปอนด์
   3. 90.33 ปอนด์ 4. 91.67 ปอนด์

15. ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเท่ากับ 145 ปอนด์ และปรากฏว่า 38.3% ของนักเรียนจำนวนนี้มีน้ำหนักอยู่ระหว่าง 145 ปอนด์ และ 158 ปอนด์ ถ้าน้ำหนักเหล่านี้มีการแจกแจงปกติ แล้วเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มนี้เป็นเท่าไร
    1. 10.92 ปอนด์ 2. 11.21 ปอนด์
    3. 11.87 ปอนด์ 4. 12.14 ปอนด์
16. คะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนห้องหนึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 63 คะแนน และ 10 คะแนน ตามลำดับ ถ้าค่ามาตรฐานของคะแนนสอบวิชานี้ของนักเรียนคนหนึ่งเท่ากับ 0.1 แล้วนักเรียนคนนี้สอบได้กี่คะแนน
    1. 63 คะแนน 2. 64 คะแนน
    3. 80 คะแนน 4. 81 คะแนน
17. ในการสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง พบว่าคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 75 คะแนน ความแปรปรวนเท่ากับ 36 คะแนน^2 นักเรียนในกลุ่มนี้สอบได้เกรด A และเกรด B นักเรียนที่ได้เกรด A จะต้องได้ค่ามาตรฐานไม่ต่ำกว่า 2.5 ถ้าศตวรรษเป็นนักเรียนในกลุ่มนี้ที่ได้เกรด A แล้วคะแนนศตวรรษเป็นดังข้อใด
    1. มากกว่า 90 คะแนน
    2. น้อยกว่า 90 คะแนน
    3. มากกว่า 85 คะแนน
    4. น้อยกว่า 85 คะแนน
18. ข้อใดถูกต้อง
    1. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $Z > 0$ และ $Z < 0$ อาจเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้
    2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลจะมีค่าน้อยกว่าความแปรปรวนของข้อมูลชุดเดียวกันเสมอ
    3. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานในช่วง $Z > 0$ เท่ากับ 0.5
    4. ถ้าพื้นที่ใต้เส้นโค้งจากจุด $\mu-\sigma$ ถึง $\mu+\sigma$ ของการแจกแจงชนิดหนึ่งมีประมาณ 58% ของพื้นที่ทั้งหมด การแจกแจงนั้นเป็นการแจกแจงปกติ
19. ถ้าสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนสอบของนักเรียน 2 ห้อง คือ ห้อง ก กับห้อง ข มีค่า 47% และ 58% ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 15.2 คะแนน และ 14.5 คะแนน ตามลำดับ ถ้ากำหนดว่าผู้ที่สอบผ่านจะต้องมีค่ามาตรฐานของคะแนนสอบไม่ต่ำกว่า 2 จากข้อกำหนด ข้อใดสรุปเกี่ยวกับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งสองห้องได้ถูกต้อง
    1. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้อง ก น้อยกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้อง ข
    2. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้อง ก เท่ากับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้อง ข
    3. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้อง ก มากกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้อง ข
    4. ไม่สามารถสรุปได้
20. ในการสอบคัดเลือกเพื่อเข้าทำงานในหน่วยงานแห่งหนึ่งมีวิชาที่จะต้องสอบ 2 วิชา ปรากฏว่าจากผู้สมัครทั้งหมดมีผู้ที่ได้คะแนนรวมเท่ากันสูงสุด 3 คน คือ กมลวรรณ ฉันทนา และอารีรัตน์ ซึ่งได้คะแนนในแต่ละวิชาเป็นดังนี้

	วิชาที่ 1	วิชาที่ 2
กมลวรรณ	70	72
ฉันทนา	80	65
อารีรัตน์	72	73
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	75	70
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	5	10

ถ้าผู้ที่จะได้รับการสอบสัมภาษณ์จะต้องมีค่ามาตรฐานของคะแนนสอบไม่ต่ำกว่า -0.6 ทั้งสองวิชา แล้วผู้ใดบ้างที่จะได้รับการสอบสัมภาษณ์

1. กมลวรรณและฉันทนา
2. กมลวรรณและอารีรัตน์
3. ฉันทนาและอารีรัตน์
4. กมลวรรณ ฉันทนา และอารีรัตน์

21. ในการสอบคัดเลือกพนักงานของบริษัทแห่งหนึ่งมีการทดสอบสองวิชา คือ วิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาอังกฤษ ผู้ที่จะสอบคัดเลือกได้ต้องได้ค่ามาตรฐานของคะแนนสอบไม่ต่ำกว่า 1 ทั้งสองวิชา ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของผู้สมัครสอบทั้งหมดในวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 58 คะแนน และวิชาภาษาอังกฤษเท่ากับ 65 คะแนน โดยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 12 คะแนน และวิชาภาษาอังกฤษเท่ากับ 10 คะแนน และผลการสอบเป็นดังนี้

นาย ก สอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 70 คะแนน และวิชาภาษาอังกฤษได้ 75 คะแนน

นาย ข สอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 72 คะแนน และวิชาภาษาอังกฤษได้ 75 คะแนน

นาย ค สอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 68 คะแนน และวิชาภาษาอังกฤษได้ 79 คะแนน

ผลการสอบคัดเลือกเป็นไปดังข้อใดต่อไปนี้

1. นาย ก และ นาย ข สอบได้เพียงสองคนเท่านั้น
2. นาย ก และ นาย ค สอบได้เพียงสองคนเท่านั้น
3. นาย ข และ นาย ค สอบได้เพียงสองคนเท่านั้น
4. นาย ก นาย ข และ นาย ค สอบได้ทั้งสามคน

22. ผู้สมัครเข้าทำงานบริษัทแห่งหนึ่งมีทั้งสิ้น 120 คน อายุรวมของผู้สมัครทั้งหมดเท่ากับ 3,000 ปี มีความแปรปรวนของอายุทั้งหมดเท่ากับ 6.25 ปี^{2} นายดำและนายแดงอยู่ในกลุ่มของผู้สมัครดังกล่าว ถ้านายแดงมีอายุ 30 ปี ค่ามาตรฐานของอายุของนายดำมากกว่าค่ามาตรฐานของอายุของนายแดงอยู่ 0.5 นายดำจะมีอายุเท่าไร

1. 31 ปี 3 เดือน
2. 31 ปี 6 เดือน
3. 31 ปี 8 เดือน
4. 32 ปี 6 เดือน

23. กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานอยู่ระหว่าง 0 ถึง Z ดังนี้

Z	0.61	0.62
A	0.2291	0.2324

การแจกแจงของคะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่งเป็นการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 66 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 คะแนน ผลการสอบของวิชัยมีคะแนนตรงกับเปอร์เซ็นไทล์ที่ 73 วิชัยจะสอบได้กี่คะแนน

1. 72.13 คะแนน
2. 74.33 คะแนน
3. 75.67 คะแนน
4. 76.23 คะแนน

24. ข้อมูลแสดงความสูงของนักเรียนชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าจำนวนนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่า 140.6 เซนติเมตร มีอยู่ 3.01% และจำนวนนักเรียนที่มีความสูงมากกว่ามัธยฐานแต่น้อยกว่า 159.4 เซนติเมตร มีอยู่ 46.99% แล้วจำนวนนักเรียนที่มีความสูงไม่น้อยกว่า 155 เซนติเมตร แต่ไม่เกิน 160 เซนติเมตร คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ เมื่อกำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง Z ดังนี้

Z	1.00	1.12	1.88	2.00
A	0.3413	0.3686	0.4699	0.4772

1. 12.86%
2. 13.14%
3. 15.87%
4. 13.59%

25. คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 44 คะแนน และความแปรปรวนเท่ากับ 25 คะแนน^2 จากผลการสอบมีจำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนที่มีค่ามาตรฐานอยู่ระหว่าง -1.2 และ 1.2 คิดเป็น 77% ของนักเรียนห้องนี้ ถ้านายเก่งสอบได้ 50 คะแนน แล้วตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ของคะแนนสอบของนายเก่งคือข้อใด

1. 38.5
2. 50
3. 77
4. 88.5

บรรณานุกรม

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2555). **หนังสือเรียนเสริมมาตรฐาน สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ภาคเรียนที่ 1.** กรุงเทพฯ : หจก. ซี แอนด์เอ็น บุ๊ค.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2563). **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.** กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค ลาดพร้าว.

Chan P.L. (1976). **SHORT CUT TO MODERN MATHEMATICS.** Hong Kong: Science Publishing Society

Cheng Woon Fai. (1982). **Mastering Additional Mathematics.** Hong Kong: Luen Hing Printing Factory.

Johnso E. and Others. (1975) **Algebra.** USA: Addison-Wesley Publishing Company.

Mary P. Dolciani and Others. (1974). **Algebra.** USA: Houghton Mifflin Company.

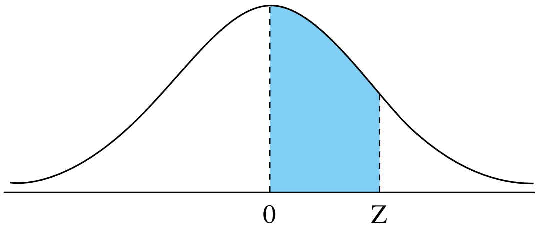
Max A. Sobel and Norbert Lemer. (1979). **Algebra and Trigonometry.** USA: Prentice-Hill. Inc.

Mok K.K. and Ho Y.L. (1979). **A complete course of general Mathematics.** Hong Kong cosmos Printing Press Ltd.

Seymour Lipschutz. (1964). **Theory and Problem of Set Theory and Related Topics.** USA: Schaum Publishing Company.

ภาคผนวก

ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990