

การเคลื่อนที่ แนวโค้ง

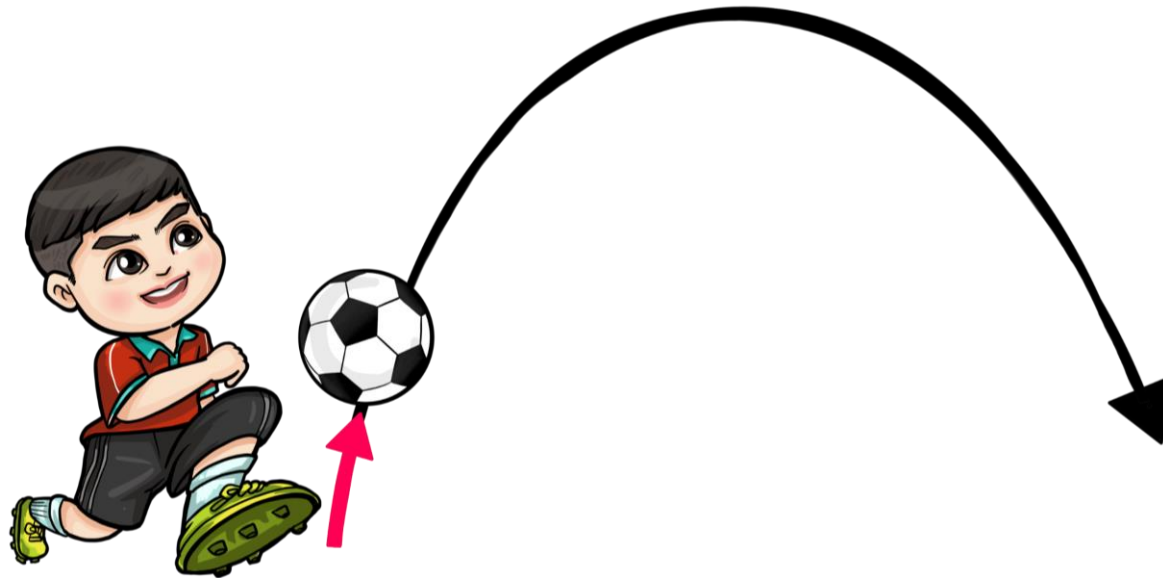


การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

การเคลื่อนที่แบบวงกลม



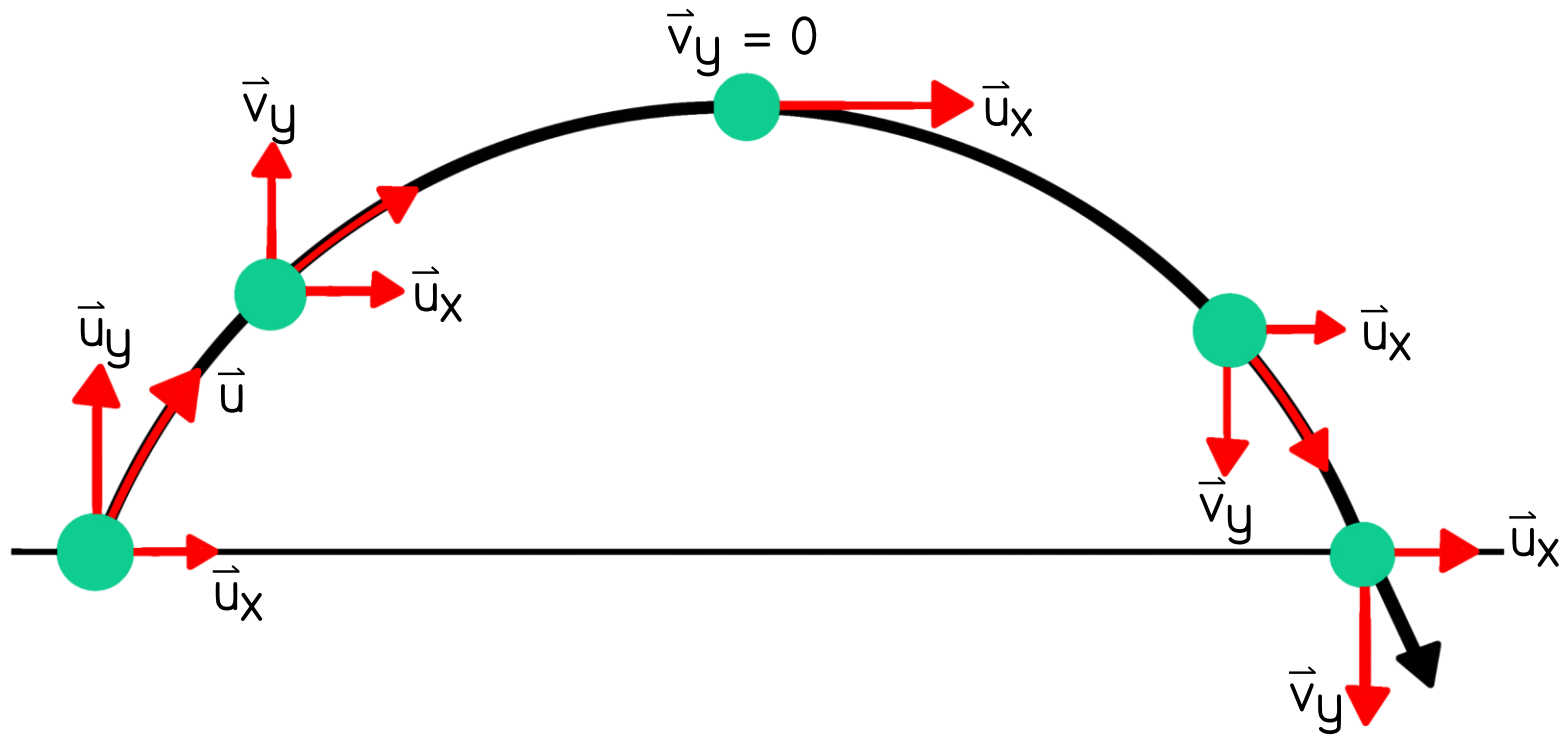
การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์



การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ (Projectile motion) คือ การที่วัตถุ
มีทิศทาง การเคลื่อนที่แนวโค้งพาราโบลาภายใต้สนามโน้มถ่วง โดยไม่คิด
แรงต้านของอากาศหรือแรงต้านทานมีผลน้อยมากจนไม่ต้องนำมาคิด

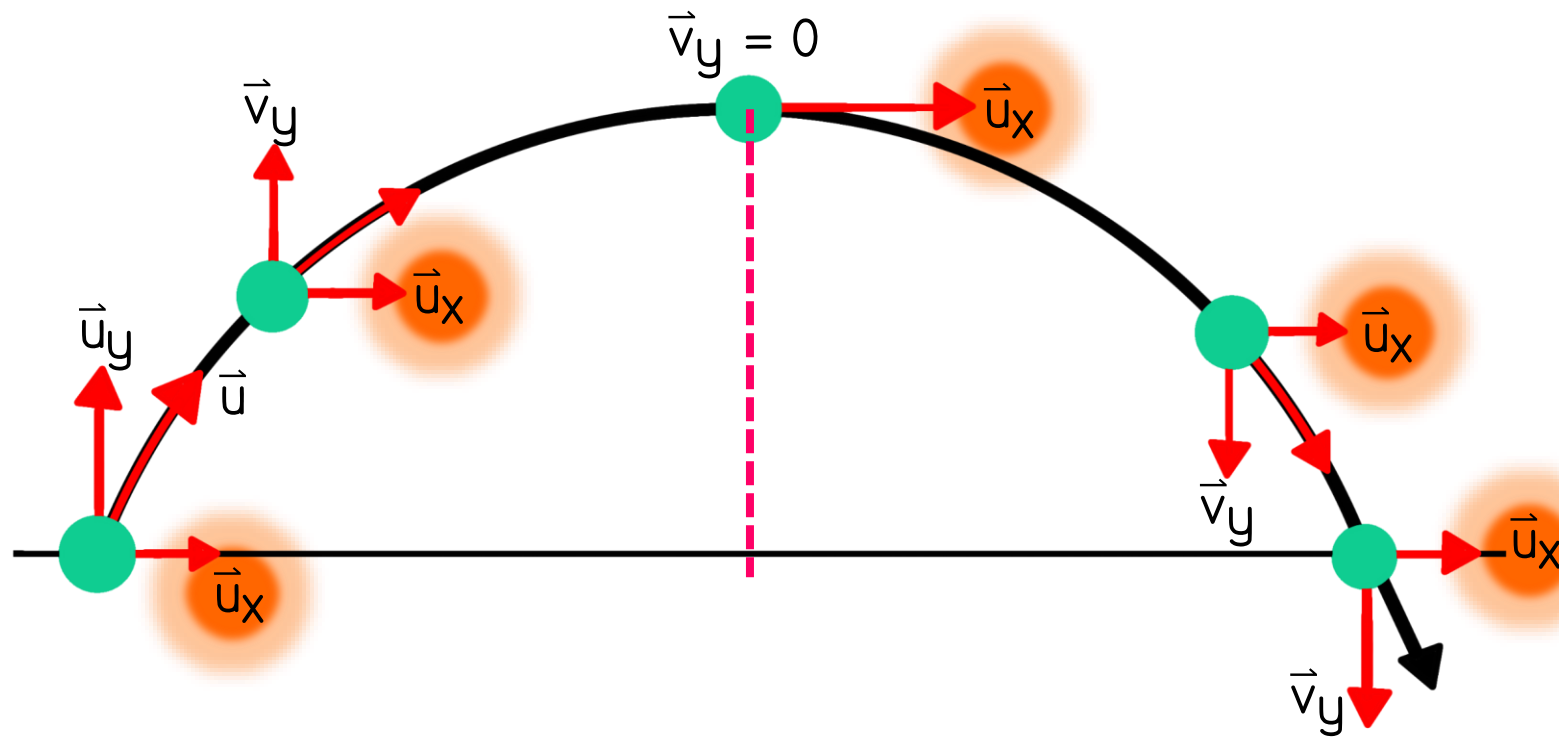


วัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ จะเคลื่อนที่ทั้งในแนวราบและแนวตั้งในเวลาเดียวกัน โดยการเคลื่อนที่ในแนวระดับจะมีความเร็วคงตัว ส่วนในแนวตั้งจะมีแรงโน้มถ่วงกระทำต่อวัตถุขณะเคลื่อนที่ จึงมีความเร็วเปลี่ยนแปลงตลอดการเคลื่อนที่





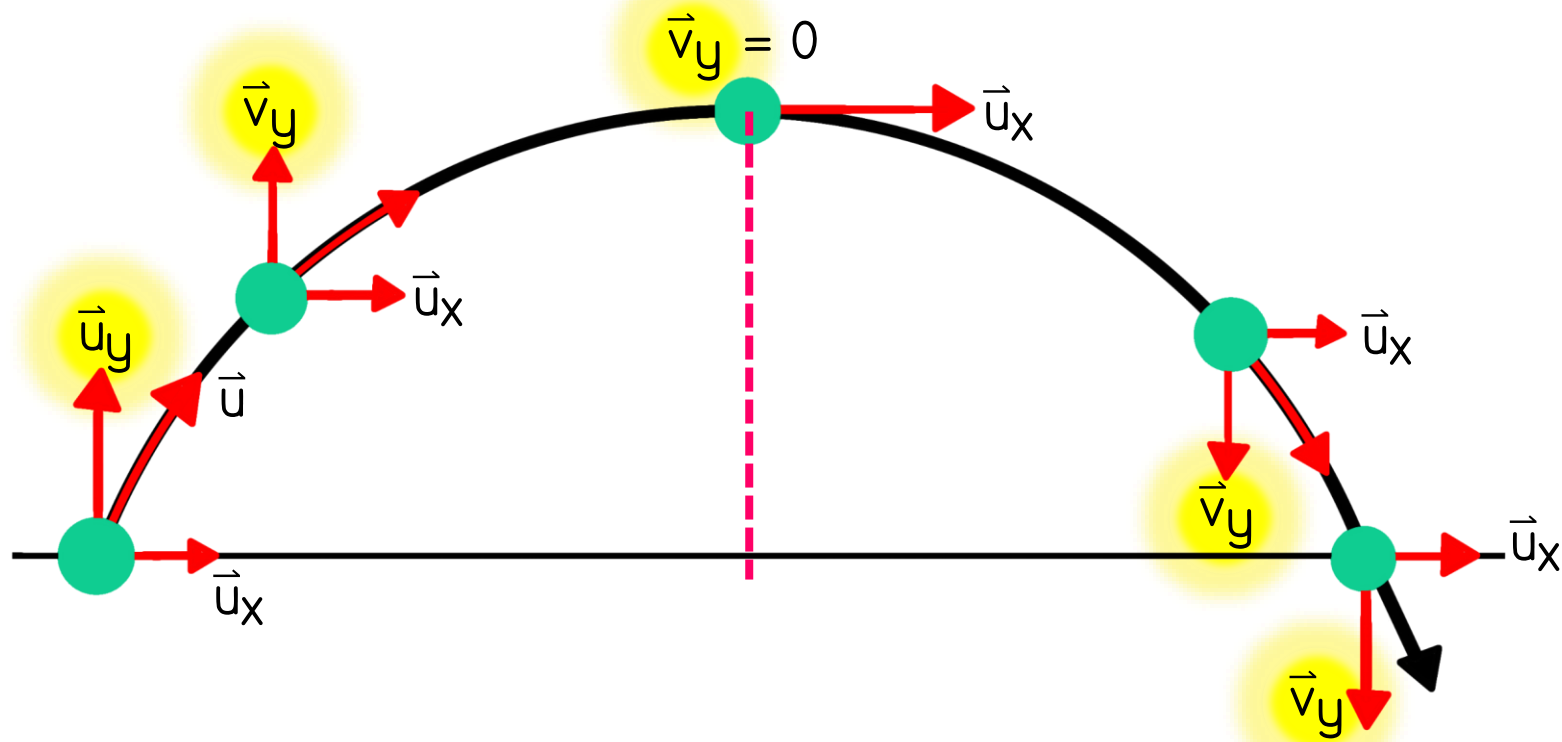
หลักการของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์



ความเร็วในแกน x คงตัวตลอดการเคลื่อนที่



หลักการของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

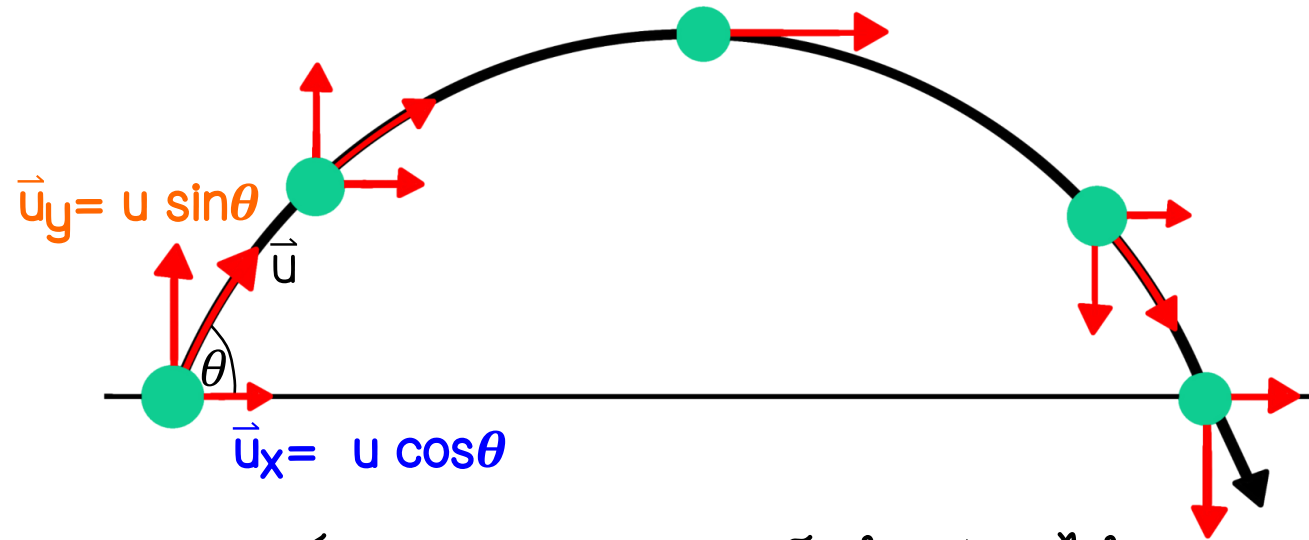


ความเร็วในแกน y ลดลงอย่างสม่ำเสมอ จนมีค่าเป็น 0 ณ จุดสูงสุด

ขณะเคลื่อนที่กลับลงมายังพื้น ความเร็วจะเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ



หลักการของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์



เมื่อพิจารณาองค์ประกอบของความเร็วต้น \vec{u} จะได้

- ความเร็วต้นใน**แนวระดับ** $\vec{u}_x = u \cos \theta$ มีค่าเท่าเดิมตลอดการเคลื่อนที่
- ความเร็วต้นใน**แนวตั้ง** $\vec{u}_y = u \sin \theta$ เปลี่ยนแปลงตามการเคลื่อนที่แบบตกเสรี

เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ในแนวระดับและแนวตั้งเป็นเวลาเดียวกัน ดังนั้น $t_x = t_y$



สมการโพรเจกไทล์

แนวระดับ

$$\Delta x = u_x t$$

การกระจัดสูงสุด
ในแนวระดับ

$$\Delta x_{max} = \frac{u^2 (\sin 2\theta)}{g}$$

แนวตั้ง

$$\Delta y = u_y t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_y = u_y + g t$$

$$v_y^2 = u_y^2 + 2g\Delta y$$

$$\Delta y = \left(\frac{u_y + v_y}{2} \right) t$$

การกระจัดสูงสุด
ในแนวตั้ง

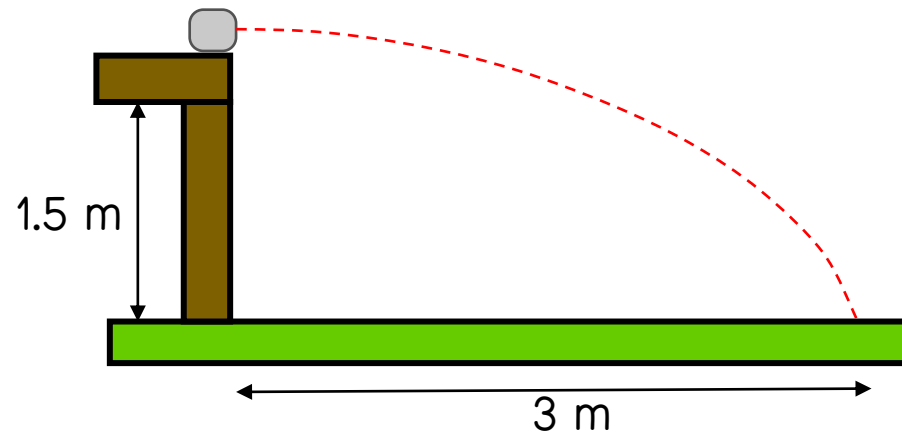
$$\Delta y_{max} = \frac{u^2 (\sin^2 \theta)}{2g}$$

เวลาที่วัตถุใช้ตกถึงพื้น

$$t = \frac{2(u \sin \theta)}{g}$$

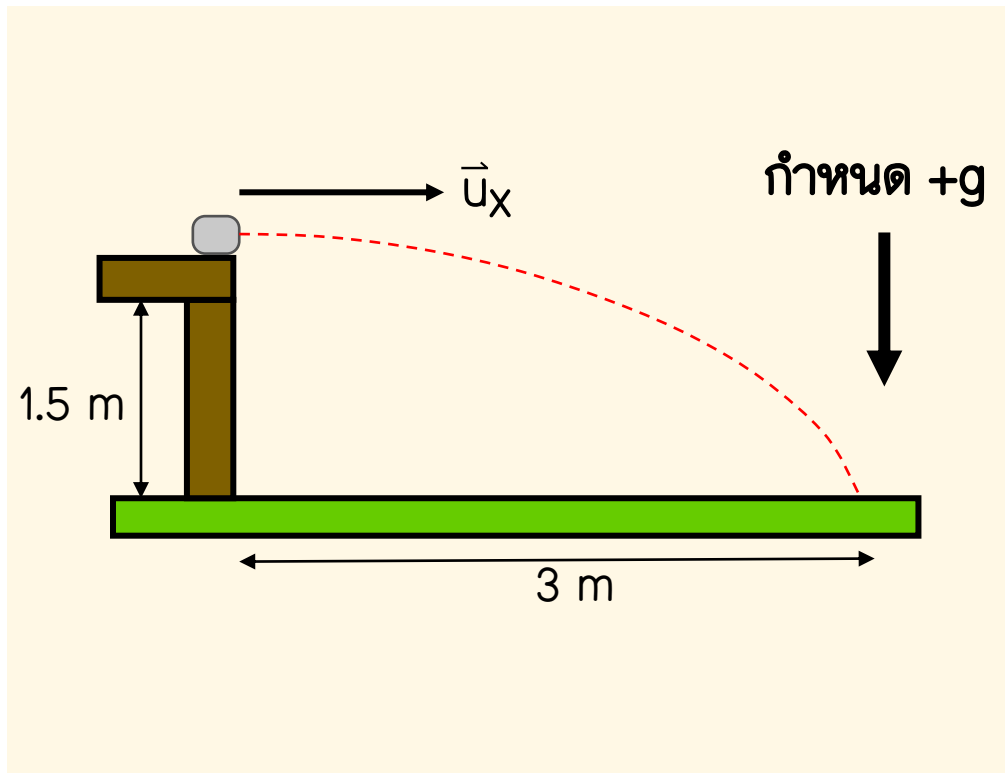


ตัวอย่างการคำนวณ วัตถุขยับออกจากขอบโต๊ะสูง 1.5 เมตร พบว่าขยับกระเด็นตกไปไกล 3 เมตร เมื่อวัดในแนวระดับ ดังรูป



จงหา

- ก. เวลาที่ขยับใช้ในการเคลื่อนที่ในอากาศ
- ข. อัตราเร็วที่ขยับถูกดีดออกจากขอบโต๊ะ

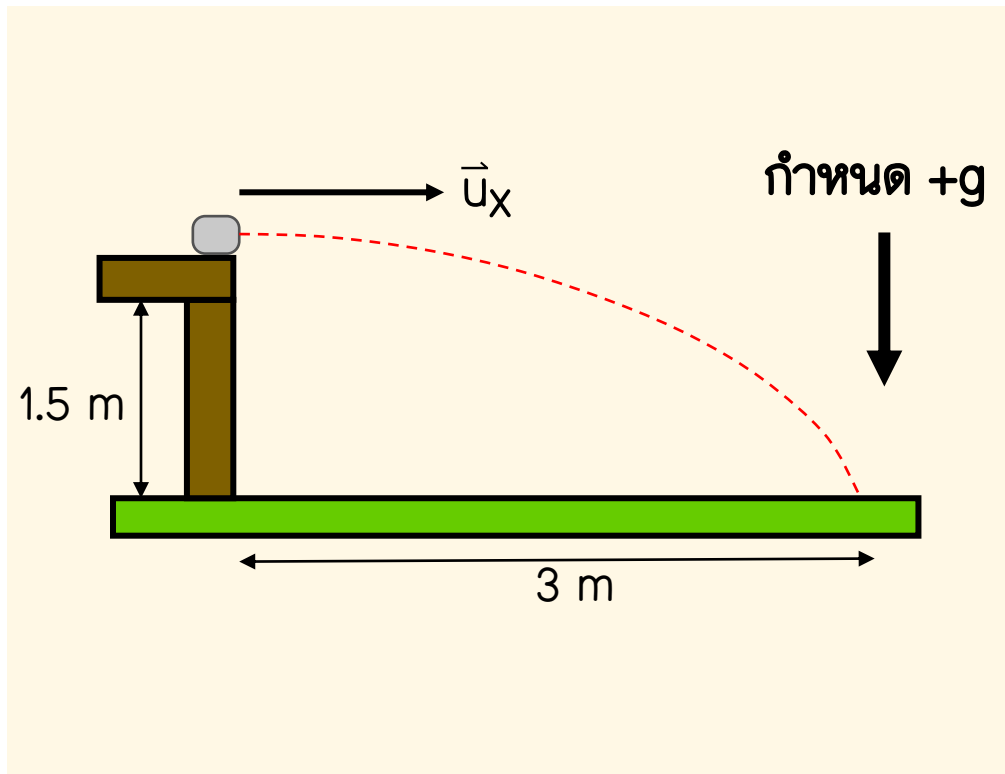


ก. เวลาที่ยางลบใช้ในการเคลื่อนที่ในอากาศ

วิธีคิด $\vec{u}_y = 0 \text{ m/s}$, $\Delta y = 1.5 \text{ m}$

วิธีทำ จาก $\Delta y = u_y t + \frac{1}{2} g t^2$
 จะได้ $1.5 = 0 + \frac{1}{2} (9.8) t^2$
 $t^2 = \frac{1.5}{4.9}$
 $t^2 = 0.306$
 $t = 0.553 \text{ s}$ **Ans.**

ตอบ เวลาที่ยางลบใช้ในการเคลื่อนที่ในอากาศ เท่ากับ 0.55 วินาที



ข. อัตราเร็วที่ยางลบถูกดีดออกจากขอบโต๊ะ

วิธีคิด อัตราเร็วที่ยางลบถูกดีดออกจากขอบโต๊ะมีค่าเท่ากับอัตราเร็วที่ยางลบเคลื่อนที่ในแนวระดับ

วิธีทำ จาก $\Delta x = u_x t$
จะได้ $3 = u_x (0.553)$

$$u_x = \frac{3}{0.553}$$

$$u_x = 5.42 \text{ m/s } \text{Ans.}$$

ตอบ อัตราเร็วที่ยางลบถูกดีดออกจากขอบโต๊ะ เท่ากับ 5.42 เมตรต่อวินาที



วัตถุจะตกไกลที่สุดเมื่อยิงด้วยมุมเท่าใด และมีระยะไกลสุดเท่าใด เมื่อยิงด้วยอัตราเร็วต้นเท่ากันและไม่คิดแรงต้านอากาศ

สมมติว่ายิงวัตถุด้วยความเร็วต้น u ทำมุม θ กับแนวระดับ

จากสมการการเคลื่อนที่แนวตั้ง $\Delta y = u_y t + \frac{1}{2}gt^2$ จะได้ $t = \frac{2(u \sin\theta)}{g}$

จากสมการการเคลื่อนที่ในแนวระดับ $\Delta x = u_x t$ จะได้ $\Delta x = (u \cos\theta)t$

แทนค่า $t = \frac{2(u \sin\theta)}{g}$ ในสมการ $\Delta x = (u \cos\theta)t$

$$\text{จะได้ } \Delta x = (u \cos\theta) \frac{2(u \sin\theta)}{g}$$

$$\Delta x = \frac{u^2 (2 \sin\theta \cos\theta)}{g}$$

$$\Delta x = \frac{u^2 (\sin 2\theta)}{g}$$

Δx มากสุด เมื่อค่าไซน์มีค่ามากที่สุด



ค่าไซน์มีค่ามากที่สุด นั่นคือ เมื่อ $\sin 2\theta = 1$ ซึ่ง $2\theta = 90^\circ$ หรือมุมในการยิง (θ) เท่ากับ 45° เป็นมุมยิงที่มีระยะไกลสุด Δx_{\max}

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \Delta x_{\max} &= \frac{u^2(1)}{g} \\ &= \frac{u^2}{g} \end{aligned}$$

กรณียิงวัตถุด้วยอัตราเร็วต้นเท่ากัน มุมคู่ใด ๆ ที่มีผลรวมเป็น 90° จะมีจุดตกหรือการกระจัดในแนวระดับเท่ากัน (แต่เวลาที่ตกถึงพื้นและความสูงของวัตถุไม่เท่ากัน) เช่น

- มุม 15 องศา = มุม 75 องศา
- มุม 40 องศา = มุม 50 องศา
- มุม 66 องศา = มุม 24 องศา
- มุม 23.6 องศา = มุม 66.4 องศา



การเคลื่อนที่แบบวงกลม



การเคลื่อนที่แบบวงกลม (circular motion) วัตถุจะเคลื่อนที่เป็นวงกลม หรือ ส่วนหนึ่งของวงกลม ซึ่งจะมีแรงกระทำกับ วัตถุในทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง เรียกว่า แรงสู่ ศูนย์กลาง (centripetal force , \vec{F}_c) เช่น การเคลื่อนที่ของดาวเทียมรอบโลก รถไต่ถัง การเลี้ยวรถเข้าโค้ง

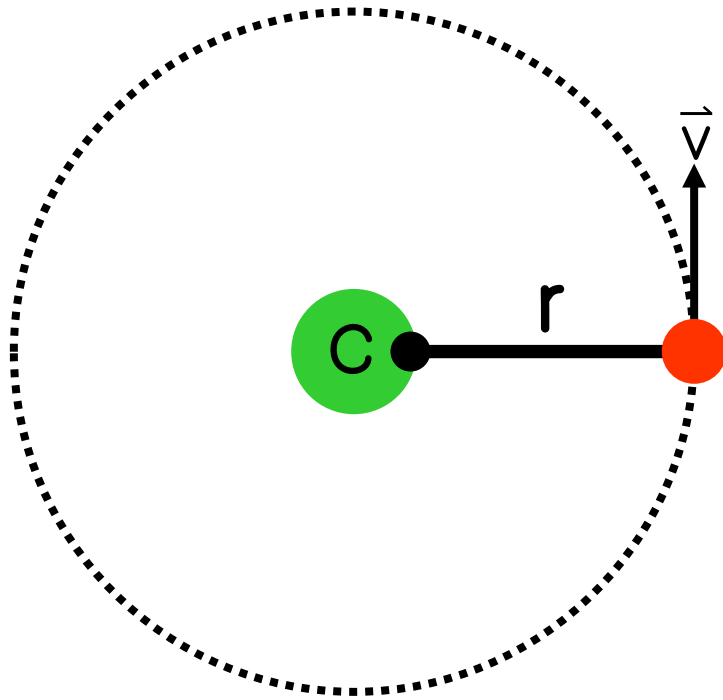


การเคลื่อนที่แบบวงกลมเป็นการเคลื่อนที่ซ้ำแนวเดิม

- ช่วงเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ครบ 1 รอบ เรียกว่า คาบ (period, T) มีหน่วยเป็นวินาที
- จำนวนรอบที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ใน 1 หน่วยเวลา เรียกว่า ความถี่ (frequency, f) มีหน่วยเป็นรอบต่อวินาที หรือ เฮิรตซ์ (Hz)

โดยคาบและความถี่มีความสัมพันธ์ตามสมการ

$$f = \frac{1}{T}$$



วัตถุที่เคลื่อนที่แบบวงกลม
ในระนาบระดับด้วยอัตราเร็วคงตัว

ระยะที่วัตถุเคลื่อนที่เมื่อครบ 1 รอบ
คือ ความยาวของเส้นรอบวง มีค่า $2\pi r$ และ
ใช้เวลา T ดังนั้นอัตราเร็วของวัตถุหาได้จาก

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$



ตัวอย่างการคำนวณ วัตถุเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอในแนววงกลมด้วยอัตราเร็ว 20 รอบในเวลา 4 วินาที จงหา

- ก. คาบของการเคลื่อนที่
- ข. ความถี่ของการเคลื่อนที่
- ค. อัตราเร็วของการเคลื่อนที่ ถ้ารัศมีการเคลื่อนที่เท่ากับ 2 เมตร

ก.คาบของการเคลื่อนที่

วิธีทำ จาก $T = \frac{\text{เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่}}{\text{จำนวนรอบของการเคลื่อนที่}}$

จะได้ $T = \frac{4}{20}$

$T = 0.2$ วินาที **Ans. (เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ)**



ตัวอย่างการคำนวณ วัตถุเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอในแนววงกลมด้วยอัตราเร็ว 20 รอบในเวลา 4 วินาที จงหา

ก. คาบของการเคลื่อนที่

ข. ความถี่ของการเคลื่อนที่

ค. อัตราเร็วของการเคลื่อนที่ ถ้ารัศมีการเคลื่อนที่เท่ากับ 2 เมตร

ข. ความถี่ของการเคลื่อนที่

วิธีทำ จาก $f = \frac{\text{จำนวนรอบ}}{\text{เวลา}}$
 จะได้ $f = \frac{20}{4}$
 $f = 5$ รอบต่อวินาที

นำค่า T จาก ก. มาแทนค่าใน $f = \frac{1}{T}$

หรือ วิธีทำ จาก $f = \frac{1}{T}$
 จะได้ $f = \frac{1}{0.2}$
 $f = 5$ รอบต่อวินาที



ตัวอย่างการคำนวณ วัตถุเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอในแนววงกลมด้วยอัตราเร็ว 20 รอบในเวลา 4 วินาที จงหา

ก. คาบของการเคลื่อนที่

ข. ความถี่ของการเคลื่อนที่

ค. อัตราเร็วของการเคลื่อนที่ ถ้ารัศมีการเคลื่อนที่เท่ากับ 2 เมตร

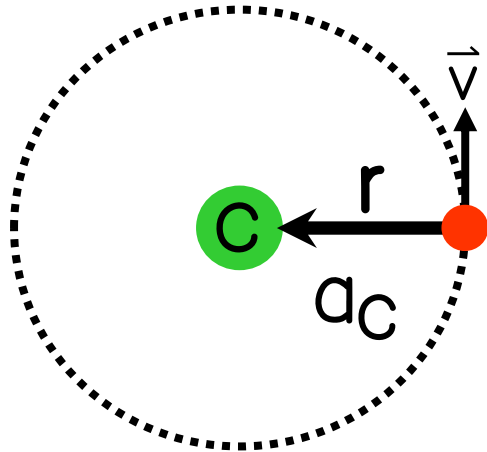
ค. อัตราเร็วของการเคลื่อนที่ ถ้ารัศมีการเคลื่อนที่เท่ากับ 2 เมตร

วิธีทำ จาก $v = \frac{2\pi r}{T}$
จะได้ $v = \frac{2\pi(2)}{0.2}$
 $v = 62.857 \text{ m/s}$ **Ans.**



การเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอ

การเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอ วัตถุจะมีการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัว เมื่อพิจารณาหาความเร่ง พบว่ามีความเร่งเกิดขึ้น ซึ่งมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางเสมอ เรียกว่า ความเร่งสู่ศูนย์กลาง (centripetal acceleration, a_c) สามารถคำนวณหาได้จาก



ความเร่งในการเคลื่อนที่แบบวงกลม

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$



ดังนั้นในการเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอ จะมีแรงลัพธ์ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง หาขนาดได้ ดังนี้

จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$\Sigma F = ma$$

จะได้

$$F_c = ma_c$$

เมื่อ a_c คือความเร่งที่มีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางเสมอ มีค่าเท่ากับ $\frac{v^2}{r}$

จะได้ **สมการหาขนาดของแรงสู่ศูนย์กลาง**

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$



ตัวอย่างการคำนวณ วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ในแนววงกลมรัศมี 16 เมตร ด้วยอัตราเร็ว 40 เมตรต่อวินาที จงหา

ก. ความเร่งสู่ศูนย์กลาง

ข. แรงสู่ศูนย์กลางเมื่อวัตถุนี้มีมวล 2 กิโลกรัม

ก. ความเร่งสู่ศูนย์กลาง

วิธีทำ จาก $a_c = \frac{v^2}{r}$

จะได้ $a_c = \frac{(40)^2}{16}$

$a_c = 100 \text{ m/s}^2$ **Ans.**

ข. แรงสู่ศูนย์กลางของวัตถุ

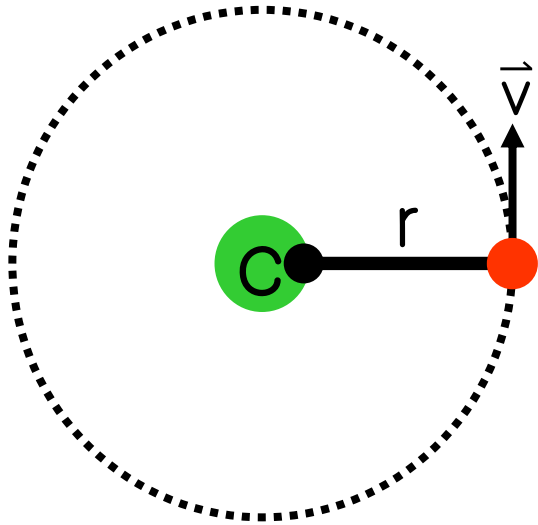
วิธีทำ จาก $F_c = ma_c$

จะได้ $F_c = (2)(100)$

$F_c = 200 \text{ N}$ **Ans.**

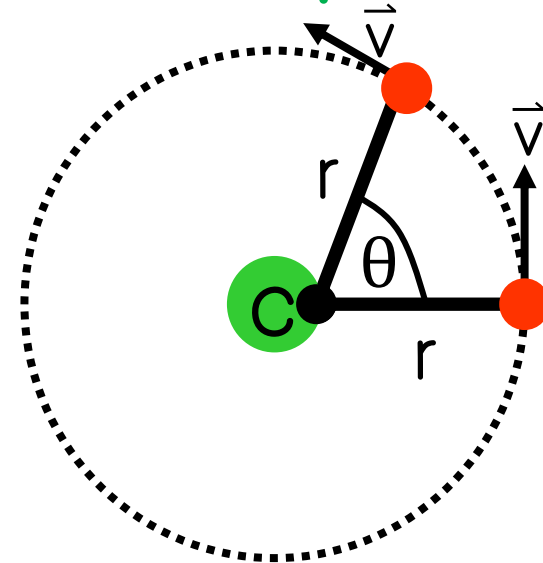


อัตราเร็วเชิงเส้น และ อัตราเร็วเชิงมุม



อัตราเร็วเชิงเส้น (v) คือ อัตราเร็วของวัตถุตามแนวเส้นรอบวงกลม หรือ ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ใน 1 หน่วยเวลา

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$



อัตราเร็วเชิงมุม (ω) คือ มุมระยะนาบที่รัศมีกวาดได้ต่อ 1 หน่วยเวลา มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$



เมื่อพิจารณาสมการอัตราเร็วเชิงเส้น $v = \frac{2\pi r}{T}$ และ อัตราเร็วเชิงมุม $\omega = \frac{2\pi}{T}$ จะได้ความสัมพันธ์ตามสมการ

$$v = \omega r$$

ซึ่งอัตราเร็วเชิงมุมมีความสัมพันธ์กับความถี่ด้วย

$$\omega = 2\pi f$$

จากความสัมพันธ์ระหว่าง ω v และ r สามารถเขียนสมการแรงสู่ศูนย์กลางได้ใหม่ ดังนี้

จาก $F_c = \frac{mv^2}{r}$

แทนค่า $v = \omega r$

จะได้ $F_c = m\omega^2 r$



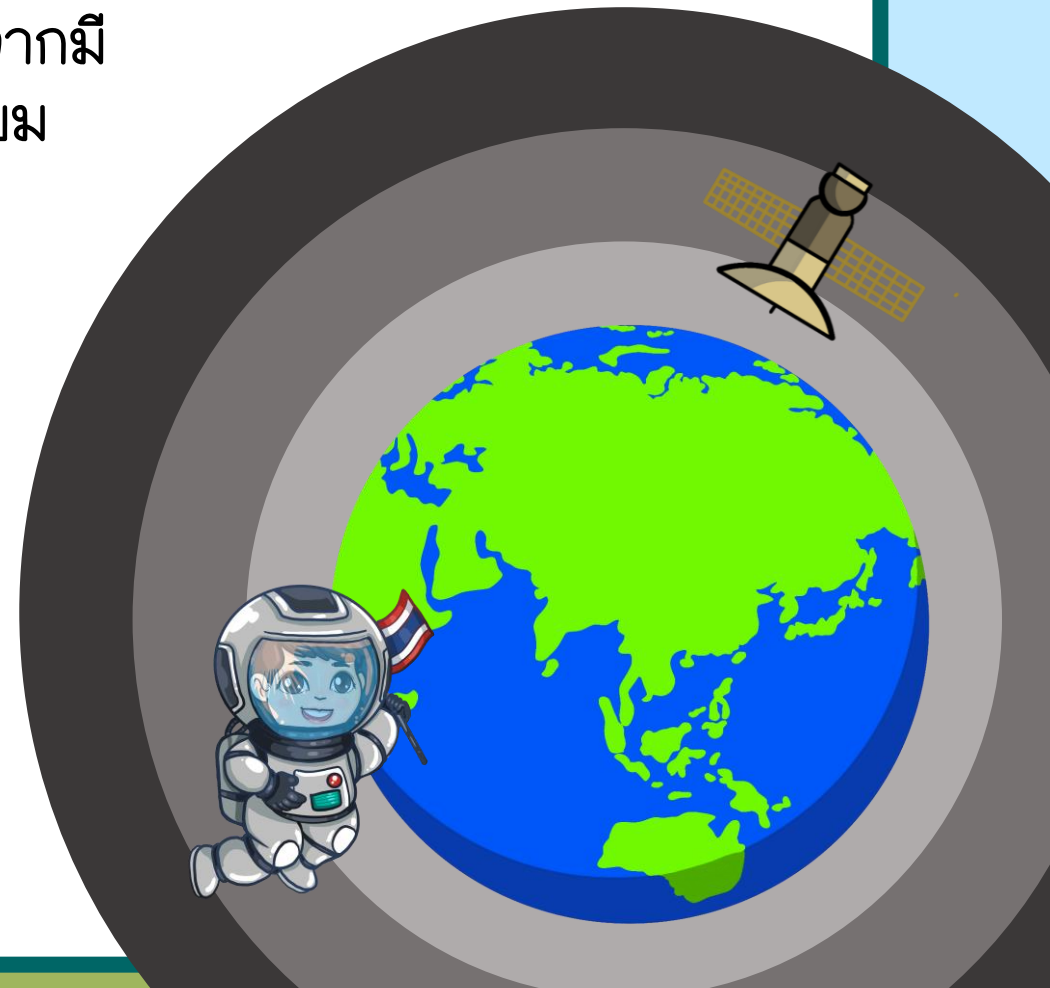


การเคลื่อนที่ของดาวเทียม

การที่ดาวเทียมโคจรรอบโลกอยู่ได้ เนื่องจากมีแรงดึงดูดระหว่างมวลของโลกและมวลของดาวเทียม ตามกฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน ซึ่งมีสมการ

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

โดยที่ G คือ ค่าคงตัวความโน้มถ่วงสากล
มีค่า $6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$
 m_1 และ m_2 คือ มวลของวัตถุ
 r คือ ระยะห่างระหว่างศูนย์กลางมวลของวัตถุทั้งสอง





ตัวอย่างการคำนวณ วงโคจรของดวงจันทร์รอบโลกมีรัศมีประมาณ 384000 กิโลเมตร และคาบของการโคจรของดวงจันทร์ 27.3 วัน อัตราเร็วของดวงจันทร์เทียบกับโลกเป็นเท่าใด ในหน่วยกิโลเมตรต่อชั่วโมง

วิธีทำ อัตราเร็วของดวงจันทร์เทียบกับโลก หาได้จาก

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

จะได้
$$v = \frac{2\pi(384000)}{(27.3) \times 24}$$

$$v = 3.681 \times 10^3 \text{ km/h } \textbf{Ans.}$$

ตอบ อัตราเร็วของดวงจันทร์เทียบกับโลก เท่ากับ 3.68×10^3 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

THANK YOU

