

บทที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

ทบทวนความรู้ก่อนเรียน

ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

- ❖ รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ
- ❖ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
- ❖ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
- ❖ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
- ❖ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
- ❖ ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ สามเหลี่ยมทั้งสองเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน และด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

เส้นขนาน

- ❖ เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา
- ❖ เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
- ❖ เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามกันบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

- ❖ เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ
- ❖ มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน
- ❖ เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

- ❖ เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ❖ เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ❖ เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ❖ เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาตั้งฉากกับฐาน จะแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ❖ เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาตั้งฉากกับฐาน จะแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

1. ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

1.1 ข้อความคาดการณ์

ข้อความคาดการณ์ (conjecture) คือ ข้อสรุปที่ได้จากการสังเกตหรือทดลองหลาย ๆ ครั้ง ซึ่งเชื่อว่ามีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริง เช่น

จำนวนชุดหนึ่งเรียงลำดับกัน ดังนี้ 1, 4, 9, 16, 25, ...

จากการสังเกตเห็นแบบรูปว่า	จำนวนที่ 1	คือ	1	ซึ่งเท่ากับ	1^2
	จำนวนที่ 2	คือ	4	ซึ่งเท่ากับ	2^2
	จำนวนที่ 3	คือ	9	ซึ่งเท่ากับ	3^2
	จำนวนที่ 4	คือ	16	ซึ่งเท่ากับ	4^2
	จำนวนที่ 5	คือ	25	ซึ่งเท่ากับ	5^2
			$\vdots$		

สามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ว่า จำนวนที่ n เท่ากับ n^2

1.2 ประโยคมีเงื่อนไข

ประโยคมีเงื่อนไข มีรูปแบบเดียว คือ ประกอบด้วยข้อความสองข้อความที่เชื่อมด้วย **ถ้า... แล้ว...** เรียกข้อความที่ตามหลัง **ถ้า** ว่า **เหตุ** และเรียกข้อความที่ตามหลัง **แล้ว** ว่า **ผล** นั่นคือ **ถ้า...(เหตุ)... แล้ว...(ผล)...**

1) ประโยคมีเงื่อนไขเป็นจริง $\Rightarrow$ “เมื่อเหตุเป็นจริง แล้วทำให้เกิดผลเป็นจริงเสมอ”

2) ประโยคมีเงื่อนไขไม่เป็นจริง $\Rightarrow$ “เมื่อเหตุเป็นจริง แล้วทำให้เกิดผลไม่เป็นจริงเสมอไป”

1.3 บทกลับของประโยคมีเงื่อนไข

บทกลับของประโยคมีเงื่อนไข “ถ้าประโยคมีเงื่อนไขใดเป็นจริง แล้วบทกลับของประโยคนั้นอาจเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้”

บทกลับของประโยคมีเงื่อนไข เป็นการสลับ “เหตุ” และ “ผล” นั่นคือ การนำ “ผล” ของประโยคมีเงื่อนไขนั้นมาเป็น “เหตุ” และนำ “เหตุ” ของประโยคมีเงื่อนไขนั้นมาเป็น “ผล” จะได้เป็นประโยคมีเงื่อนไขใหม่ เช่น

พิจารณาประโยคมีเงื่อนไข ต่อไปนี้

“ถ้า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว $\triangle ABC$ จะมีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก” ซึ่งเป็นจริง
บทกลับของประโยคมีเงื่อนไข เป็นประโยคมีเงื่อนไขใหม่ดังนี้

“ถ้า $\triangle ABC$ มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก แล้ว $\triangle ABC$ จะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” จะเห็นได้ว่าประโยคมีเงื่อนไขนี้เป็นจริง

พิจารณาประโยคมีเงื่อนไข ต่อไปนี้

“ถ้า $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ว $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า” ซึ่งเป็นจริง
บทกลับของประโยคมีเงื่อนไข เป็นประโยคมีเงื่อนไขใหม่ดังนี้

“ถ้า $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แล้ว $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” จะเห็นได้ว่าประโยคมีเงื่อนไขนี้ไม่เป็นจริงเสมอไป

ในทางคณิตศาสตร์ เมื่อประโยคมีเงื่อนไขเป็นจริงและมีบทกลับเป็นจริง อาจเขียนเป็นประโยคเดียวกันโดยใช้คำว่า *...ก็ต่อเมื่อ...* เชื่อมข้อความทั้งสองได้ ซึ่งประโยคที่ได้ก็จะเป็นจริงด้วย ในทางกลับกันเมื่อมีประโยคที่เชื่อมด้วย *...ก็ต่อเมื่อ...* ซึ่งเป็นจริง ก็สามารถเขียนเป็นประโยคมีเงื่อนไขสองประโยค ซึ่งแต่ละประโยคก็เป็นจริงด้วย เช่น

“รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ เคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท”
สามารถเขียนได้เป็น - ถ้ารูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ แล้วเคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท
- ถ้าเคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท แล้วรูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ

กิจกรรมที่ 1 จงเขียนบทกลับของประโยคมีเงื่อนไขต่อไปนี้ พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นจริงหรือไม่?

1) ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีความยาวด้านทั้งสามยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
บทกลับของประโยคมีเงื่อนไข :

.....

.....

2) ถ้า $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน แล้วเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของ $\square ABCD$ ตัดกันเป็นมุมฉากและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

บทกลับของประโยคมีเงื่อนไข :

.....

.....

3) ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองนั้นจะเท่ากันเสมอ

บทกลับของประโยคมีเงื่อนไข :

.....

.....

4) ถ้าวงกลมสองวงมีเส้นรอบวงยาวเท่ากัน แล้ววงกลมสองวงนั้นจะมีพื้นที่เท่ากัน

บทกลับของประโยคมีเงื่อนไข :

.....

.....

กิจกรรมที่ 2 จงเขียนประโยคมีเงื่อนไขและบทกลับของประโยคมีเงื่อนไขที่ได้ใน**กิจกรรมที่ 1** ให้เป็นประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ”

1)

.....

.....

2)

.....

.....

3)

.....

4)

.....

กิจกรรมที่ 3 จงเขียนประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ” ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปประโยคมีเงื่อนไข 2 ประโยค

1) รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ

.....

.....

.....

.....

2) รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีขนาดของมุมเท่ากันสองมุม ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

.....

.....

.....

.....

3) รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมนี้ยาวเท่ากันสองคู่

.....

.....

.....

.....

1.4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

- คำนิยาม : คำที่ใช้เป็นพื้นฐานในการสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน โดยไม่ต้องกำหนดความหมายของคำ เช่น จุด เส้นตรง ระนาบ

- บทนิยาม : การให้ความหมายที่ชัดเจนและรัดกุมของคำต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระนั้น ๆ (หลังจากกำหนดคำนิยามแล้ว)

*ข้อความในบทนิยาม สามารถเขียนให้เป็นประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ” ได้เสมอ

เช่น บทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก และมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

จากบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส สามารถเขียนได้เป็น

“รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก็ต่อเมื่อ รูปสี่เหลี่ยมนั้นมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากและมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน”

- สัจพจน์ : ข้อความที่ยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ เช่น

- ทฤษฎีบท : ข้อความที่พิสูจน์โดยเหตุผลทางตรรกวิทยาแล้วว่าเป็นจริง และใช้อ้างอิงเพื่อพิสูจน์ข้อความอื่น ๆ ได้

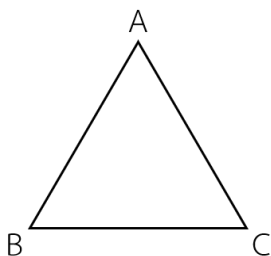
1.5 การพิสูจน์

ข้อความทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อยู่ในรูปประโยคมีเงื่อนไข แบ่งเป็น 2 กรณี คือ

1) การพิสูจน์ว่าข้อความเป็นจริง : ใช้บทนิยาม สัจพจน์ ข้อความที่เคยพิสูจน์ว่าเป็นจริงและสมบัติต่าง ๆ มาให้เหตุผลประกอบ เพื่อสรุปว่าผลที่ต้องการพิสูจน์นั้นเป็นจริง

**เมื่อเหตุเป็นจริง แล้วเหตุนั้นทำให้เกิดผลที่เป็นจริงเสมอ

ตัวอย่าง จงพิสูจน์ว่า รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

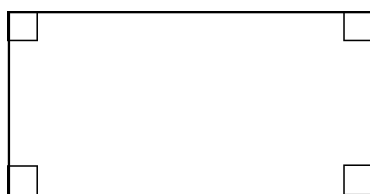


กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
 ต้องการพิสูจน์ว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
 พิสูจน์ เนื่องจาก $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (กำหนดให้)
 ดังนั้น $AB = BC = AC$ ($\triangle$ ด้านเท่า เป็น $\triangle$ ที่มีด้านยาวเท่ากันสามด้าน)
 จะได้ $AB = AC$
 นั่นคือ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ($\triangle$ ที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว)

2) การพิสูจน์ว่าข้อความไม่เป็นจริง : ยก “ตัวอย่างค้าน” (ยกตัวอย่างที่เป็นจริงตามสิ่งที่กำหนดให้ หรือเหตุ แต่ผลสรุปที่ได้ไม่เป็นจริง)

ตัวอย่าง จงพิสูจน์ว่าข้อความ “รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” ไม่เป็นจริง

พิสูจน์ เนื่องจากมีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
 รูปนั้น คือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป

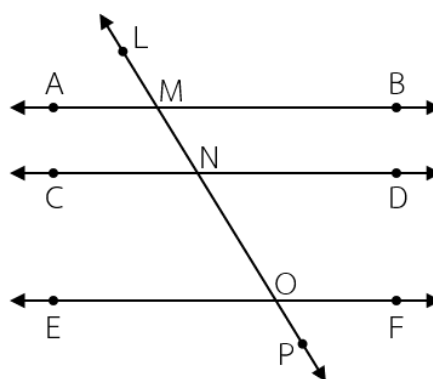


ดังนั้น ข้อความที่กล่าวว่า “รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” ไม่เป็นจริงเสมอไป
 นั่นคือ ข้อความนี้ไม่เป็นจริง

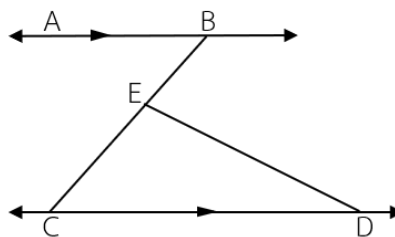
กิจกรรมที่ 4 กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$, LP ตัด $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ จงพิสูจน์ว่า

1) $\angle EON = \angle BMN$

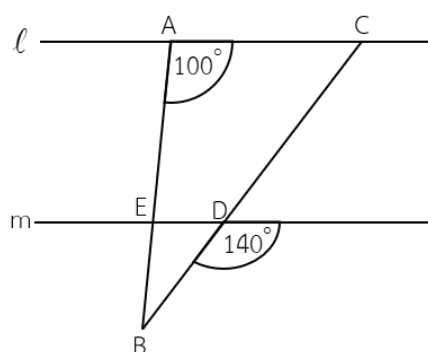
2) $\angle AMN + \angle EON = 180^\circ$



กิจกรรมที่ 5 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overline{DE}$ พบ $\overline{CB}$
 ที่จุด E จงพิสูจน์ว่า $\hat{BED} = \hat{ABE} + \hat{EDC}$



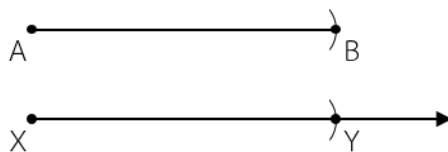
กิจกรรมที่ 6



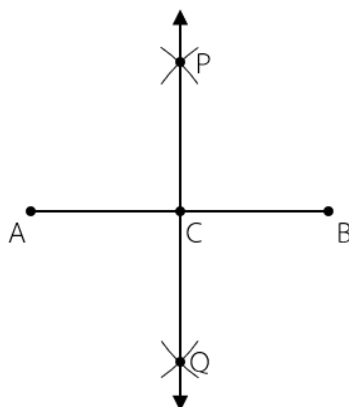
จากรูป กำหนดให้ $l \parallel m$ จงหาว่า $\hat{ABC}$ มีขนาดกี่องศา

2. การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง

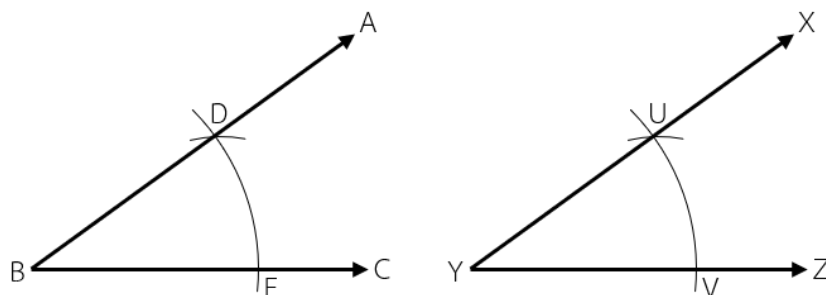
(1) การสร้างส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้



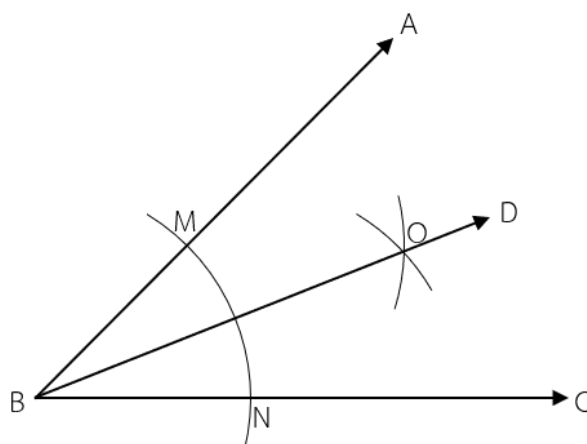
(2) การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้



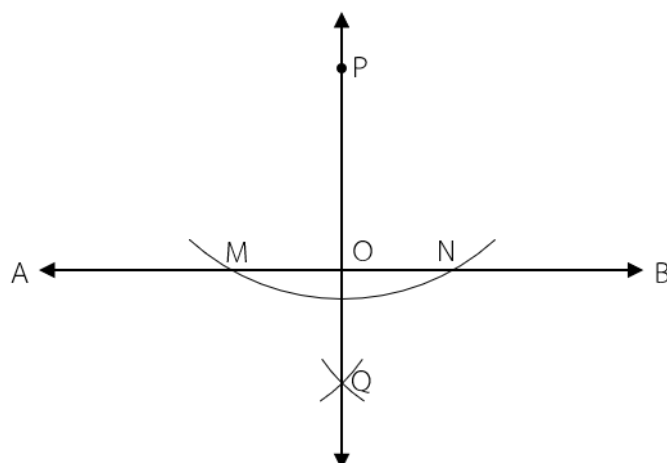
(3) การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้



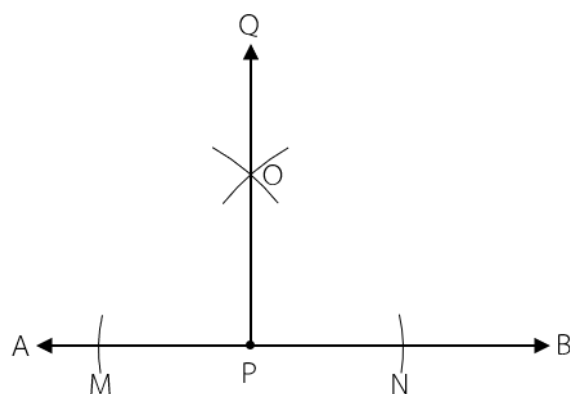
(4) การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้



(5) การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้

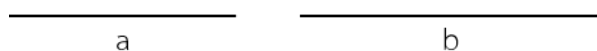


(6) การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งที่อยู่บนเส้นตรงที่กำหนดให้



กิจกรรมที่ 7 กำหนดจุด P อยู่ภายนอก $\overleftrightarrow{AB}$ จงสร้างเส้นตรงผ่านจุด P และขนานกับ $\overleftrightarrow{AB}$ พร้อมทั้งแสดงเหตุผล

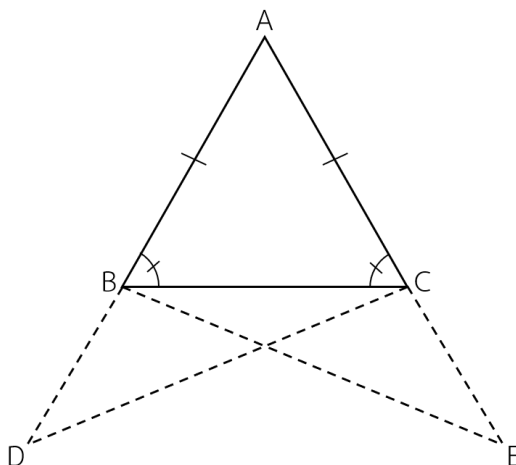
กิจกรรมที่ 8 กำหนดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A มีความยาวของแต่ละด้านเท่ากับ a หน่วย รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส B มีความยาวของแต่ละด้านเท่ากับ b หน่วย ดังรูป



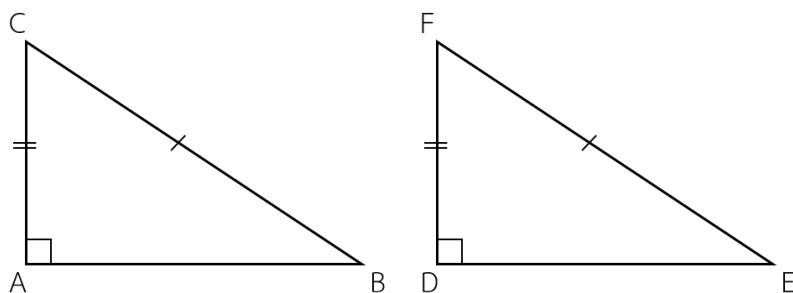
จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เท่ากับผลบวกของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A และพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส B พร้อมทั้งแสดงเหตุผล

3. การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม

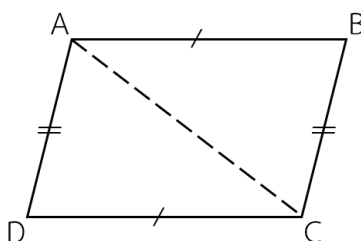
ทฤษฎีบท 1 ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง จะยาวเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านทั้งสองนั้น มีขนาดเท่ากัน



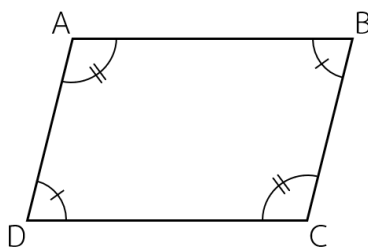
ทฤษฎีบท 2 ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (จ.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกหนึ่งคู่ยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ



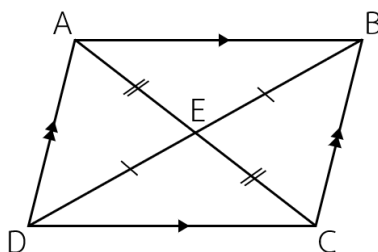
ทฤษฎีบท 3 รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมนั้นยาวเท่ากันสองคู่



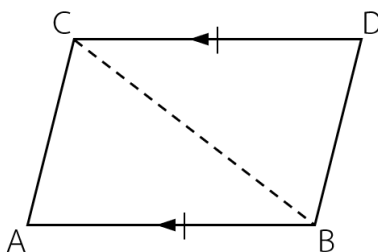
ทฤษฎีบท 4 รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ รูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นมีมุมตรงข้ามที่มีขนาดเท่ากันสองคู่



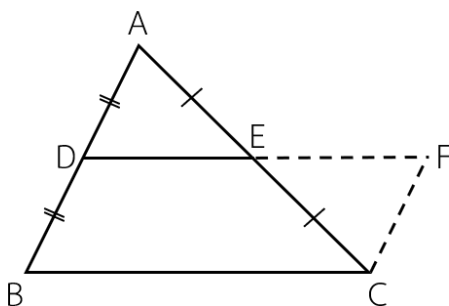
ทฤษฎีบท 5 เส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุดตัดของเส้นทแยงมุม



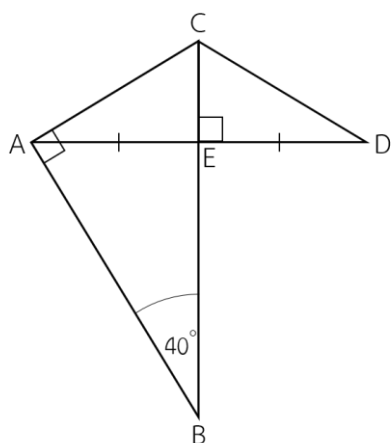
ทฤษฎีบท 6 ส่วนของเส้นตรงที่ปิดหัวท้ายของส่วนของเส้นตรงที่ขนานกันและยาวเท่ากัน จะขนานกันและยาวเท่ากัน



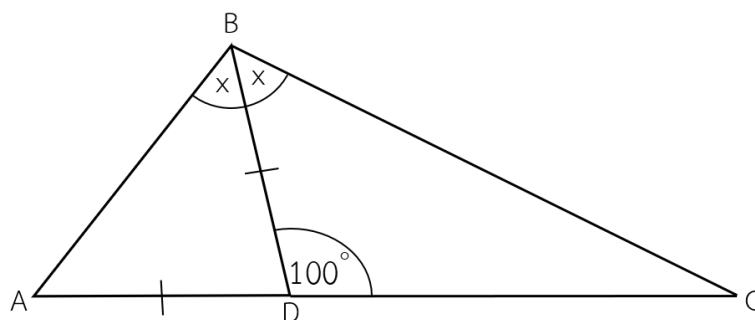
ทฤษฎีบท 7 ส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะขนานกับด้านที่สามและยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม



กิจกรรมที่ 9 จากรูป จงหาขนาดของ $\hat{A}CD$

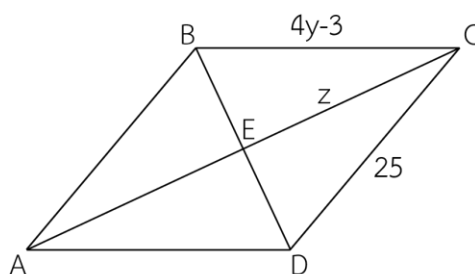


กิจกรรมที่ 10 จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง และ $\triangle ABD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยที่ $\hat{B}DC = 100^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{B}CD$



กิจกรรมที่ 11 กำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน มี $\overline{BD}$ ยาว 14 หน่วย และ $\overline{CE}$ ยาว z หน่วย จงหา

- 1) ค่าของ $z - y$
- 2) พื้นที่ของ $\square ABCD$



กิจกรรมที่ 12 จากรูป กำหนดให้ $\triangle MNO$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า $\overline{PQ} \parallel \overline{MN}$ และ $\angle RQN = 70^\circ$ จงหาค่าของ $x+y-z$

