



ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

ในชีวิตประจำวัน ครอบครัวนักเรียนอาจจะต้องซื้อสินค้าที่มีราคาสูงมาก เช่น บ้าน รถยนต์ การซื้อสินค้าที่มีราคาสูงนั้นอาจจะไม่ใช่ชำระเงินทั้งหมดในคราวเดียว ต้องมีการผ่อนชำระเป็นงวดๆ เป็นเวลาหลายปี ทำให้ต้องมีการคิดดอกเบี้ยและคำนวณค่างวดในการผ่อนชำระแต่ละเดือน ดังนั้น การคิดดอกเบี้ยการแบ่งชำระค่างวดเป็นเรื่องที่เข้ามาเกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันอยู่เสมอ ในหน่วยการเรียนรู้นี้จะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับดอกเบี้ย เงินและมูลค่าของเงิน และค่ารายงวด เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ไปวางแผน วิเคราะห์และร่วมกันตัดสินใจทางการเงินได้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด

ดอกเบี้ย (Interest)

ในการดำเนินชีวิตทุกคนควรมีรายได้หรือภาระค่าใช้จ่ายแตกต่างกัน บางครอบครัวอาจประสบกับสถานการณ์ทางการเงินหลายอย่าง เช่น มีเงินออมเก็บไว้โดยไม่ได้ใช้ให้เกิดประโยชน์เพิ่มเติม หรืออาจขาดแคลนเงินที่จำเป็นต้องใช้จ่าย หรือต้องการเงินทุนเพื่อนำมาลงทุนทางธุรกิจเพื่อก่อให้เกิดรายได้ที่เพิ่มขึ้นกับครอบครัว หรือต้องการเงินเพื่อซื้อรถ ซื้อบ้านหรือสิ่งอำนวยความสะดวกต่างๆ ซึ่งสถานการณ์เหล่านี้ก่อให้เกิดการให้ยืมเงินแก่ผู้จำเป็นต้องใช้เงิน และการขอยืมเงินจากผู้มีเงินออม โดยทุกๆ ไปแล้วในการให้ยืมเงินนั้นผู้ให้ยืมจะได้รับผลประโยชน์ตอบแทนจากเงินที่ให้ยืมไป ซึ่งผลประโยชน์ดังกล่าวนี้เราเรียกว่า **ดอกเบี้ย** ดังนั้นความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยจึงเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับนักเรียนในการวางแผนการใช้จ่ายในอนาคต

ความหมาย

ราชบัณฑิตยสภา ได้ให้ความหมายของ **ดอกเบี้ย** ไว้ว่า

ดอกเบี้ย คือ ผลประโยชน์ที่บุคคลหนึ่งต้องใช้ให้แก่บุคคลอีกคนหนึ่ง เพื่อการที่ได้ใช้เงินของบุคคลนั้น หรือเพื่อการไม่ชำระหนี้หรือชำระหนี้ไม่ถูกต้อง หรือชำระหนี้ล่าช้า ทั้งนี้ โดยคำนวณเป็นรายวัน รายเดือนหรือรายปี จากยอดเงินต้นหรือยอดเงินที่ต้องชำระ

เพื่อให้เข้าใจได้ชัดเจนขึ้นและสามารถคำนวณได้ง่ายขึ้น จึงให้คำจำกัดความของดอกเบี้ย ไว้ดังนี้ **ดอกเบี้ย(Interest)** คือ ผลประโยชน์หรือค่าตอบแทนที่ผู้กู้จะต้องจ่ายให้แก่ผู้ให้กู้ยืมในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่งตามที่ผู้กู้และผู้ให้กู้ยืมได้ตกลงกันไว้ โดยที่จำนวนเงินที่ผู้ให้กู้ยืมเรียกว่า เงินต้น (principal) และค่าตอบแทนจะคิดเป็นอัตราร้อยละต่อหน่วยเวลาเรียกว่า อัตราดอกเบี้ย (interest rate)

อัตราดอกเบี้ย (interest rate) ในการคำนวณหาอัตราดอกเบี้ยเงินกู้มีลักษณะร้อยละต่อปี ซึ่งผู้ให้กู้ เช่น ธนาคาร หรือบริษัทเรียกเก็บจากผู้กู้เพื่อเป็นผลตอบแทนจากการให้กู้ อัตราดอกเบี้ยเงินกู้มีหลายประเภท หลายอัตรา โดยทั่วไปขึ้นอยู่กับประเภทของเงินกู้หรือสินเชื่อ ซึ่งในที่นี้ผู้ให้กู้หมายถึง สถาบันการเงิน และผู้ประกอบการการเงินที่ไม่ใช่สถาบันการเงินหรือ non-bank

อัตราดอกเบี้ยอ้างอิงของแต่ละธนาคารอาจไม่เท่ากัน เนื่องจากต้นทุนของธนาคารแต่ละแห่งไม่เท่ากันซึ่งอัตราดอกเบี้ยอ้างอิงจะมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นลงในแต่ละช่วงเวลา

นอกจากนี้ ในทางปฏิบัติธนาคารมักจะใช้ MLR ทั้งลูกค้ารายใหญ่และรายย่อย โดยนักเรียนสามารถหาข้อมูลอัตราดอกเบี้ยดังกล่าวที่ธนาคารพาณิชย์ใช้อ้างอิงได้จากเว็บไซต์ของธนาคารแต่ละแห่งและเว็บไซต์ของธนาคารแห่งประเทศไทย

การคิดอัตราดอกเบี้ยของธนาคารพาณิชย์ มีวิธีการคิดต่างๆ เช่น

1. MLR (minimum loan rate) หมายถึง อัตราดอกเบี้ยที่ธนาคารพาณิชย์เรียกเก็บจากลูกค้ารายใหญ่ชั้นดี โดยส่วนใหญ่ใช้กับเงินกู้ระยะยาวที่มีกำหนดระยะเวลาที่แน่นอน
2. MOR (minimum overdraft rate) หมายถึง อัตราดอกเบี้ยที่ธนาคารพาณิชย์เรียกเก็บจากลูกค้ารายใหญ่ชั้นดี ประเภทเงินเบิกเกินบัญชี
3. MRR (minimum retail rate) หมายถึง อัตราดอกเบี้ยที่ธนาคารพาณิชย์เรียกเก็บจากลูกค้ารายย่อยชั้นดี เช่น สินเชื่อส่วนบุคคล สินเชื่อที่อยู่อาศัย

ในหัวข้อนี้จะศึกษาวิธีการคิดดอกเบี้ย 2 ประเภท คือ

1. ดอกเบี้ยคงต้น(เชิงเดียว) (simple interest)
2. ดอกเบี้ยทบต้น (compound interest)

1 ดอกเบี้ยคงต้น(เชิงเดียว) (Simple Interest)

ดอกเบี้ยคงต้น(เชิงเดียว) คือ ดอกเบี้ยที่กำหนดให้เงินต้นมีค่าคงที่ตลอดระยะเวลาของการฝากเงินหรือการกู้ยืมเงิน ซึ่งดอกเบี้ยดังกล่าวจะมีค่าเท่ากันทุกปี ตัวอย่างอัตราดอกเบี้ยคงต้น เช่น

- ในการกู้ยืมเงินจากธนาคาร ธนาคารกำหนดให้ชำระดอกเบี้ยร้อยละ 7 ต่อปี เป็นเวลา 10 ปี
- ในการฝากเงินในบัญชีประเภทออมทรัพย์ ธนาคารคิดอัตราดอกเบี้ยให้ลูกค้าร้อยละ 0.5 ต่อปี
- การฝากเงินในบัญชีประเภทฝากประจำ 24 เดือน อาจคิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 1.75 ต่อปี

การคำนวณดอกเบี้ยสิ่งทีนักเรียนต้องรู้และเข้าใจดังนี้

เงินต้น คือ จำนวนเงินลงทุนหรือจำนวนเงินที่ให้กู้

ดอกเบี้ย คือ ค่าตอบแทนที่บุคคลหนึ่งต้องใช้ให้แก่บุคคลอีกคนหนึ่งเพื่อทดแทนการยืมเมื่อครบกำหนดเวลา

เงินรวม คือ จำนวนเงินต้นรวมกับดอกเบี้ย

การคำนวณดอกเบี้ยสามารถคำนวณได้ ดังนี้

จาก ดอกเบี้ย (interest) = เงินต้น \times อัตราดอกเบี้ย \times ระยะเวลาในการกู้เงิน

จะได้ว่า $I = Prt$ 1

โดยที่ P คือ เงินต้นหรือมูลค่าปัจจุบัน
S คือ เงินรวมหรือมูลค่าอนาคต
t คือ เวลาในการกู้ยืม (หน่วยเป็นปี)
r คือ อัตราดอกเบี้ยต่อปี
I คือ ดอกเบี้ยคงต้น(เชิงเดียว)

จะได้ว่า เงินรวม = เงินต้น + ดอกเบี้ย

นั่นคือ $S = P + I$ 2

จากสมการ 1 และ 2 จะได้

$$S = P + Prt$$

หรือ $S = P(1 + rt)$

หมายเหตุ : ในหน่วยการเรียนรู้นี้ การฝากเงินกับธนาคารให้ถือว่าฝากเงินจนครบกำหนดเวลา โดยไม่มีการถอนเงินออกมาก่อน



ตัวอย่าง 2 วีระชาติกู้เงินธนาคารเพื่อลงทุนธุรกิจของครอบครัวเป็นจำนวนเงิน 200,000 บาท โดยธนาคารคิดอัตราดอกเบี้ยคงต้นที่ร้อยละ 3.5 ต่อปี ถ้าวีระชาติกู้เงินเป็นเวลานาน 5 ปี เขาต้องจ่ายเงินให้ธนาคารรวมทั้งหมดเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง 3 นิธิศฝากเงินกับธนาคารเป็นเงินจำนวนหนึ่ง ธนาคารให้ดอกเบี้ย 1.3% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น เมื่อสิ้นปีที่ 5 นิธิศได้รับเงินพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเป็นเงินจำนวน 8,520 บาท อยากทราบว่า นิธิศฝากเงินไว้กับธนาคารเป็นเงินจำนวนเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง 4 น้ำทิพย์กู้เงินจากธนาคารเป็นเงินจำนวน 300,000 บาท เพื่อไปลงทุนเปิดร้านอาหาร ธนาคารคิดดอกเบี้ย 9% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น ธนาคารแจ้งว่าเมื่อครบกำหนดที่น้ำทิพย์ได้ตกลงไว้กับธนาคาร น้ำทิพย์จะต้องชำระเงินทั้งหมด 435,000 บาท อยากทราบว่าน้ำทิพย์กู้เงินจากธนาคารเป็นเวลาเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง 5 นักลงทุนคนหนึ่งซื้อพันธบัตรอายุ 20 ปี เป็นจำนวนเงิน 100,000 บาท โดยจะได้รับผลตอบแทนคืนทั้งหมดเมื่อครบกำหนด 20 ปี เป็นจำนวนเงิน 238,000 บาท ถ้าคำนวณผลตอบแทนแบบดอกเบี้ยคงต้น นักลงทุนคนนี้ได้รับผลตอบแทนปีละกี่เปอร์เซ็นต์

.....

.....

.....

.....

.....



ตัวอย่าง 6 นายเอกฝากเงินแบบประจำ 10 เดือนกับธนาคารแห่งหนึ่งซึ่งให้ดอกเบี้ย 1.4% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น ถ้านายเอกฝากเงินจำนวน 50,000 บาท เมื่อครบ 10 เดือน นายเอกจะได้รับเงินคืนพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงินเท่าไร

แบบเสริมทักษะที่ 1

- ธนาคารจ่ายเงินให้ผู้กู้ 650,000 บาท โดยคิดอัตราดอกเบี้ย 4.2% ต่อปี โดยทำสัญญาให้ผู้กู้จ่าย เมื่อครบกำหนด 3 ปี 6 เดือน อยากทราบว่า
 - เงินต้นที่ผู้กู้
 - อัตราดอกเบี้ย
 - เวลาในการกู้ยืม
 - ดอกเบี้ยทั้งหมดเมื่อครบสัญญา
- คำนวณหาดอกเบี้ยของเงินต้น 120,000 บาท เมื่อคิดอัตราดอกเบี้ย 13.5% ต่อปี เมื่อครบกำหนดเวลา 2 ปี จะได้รับดอกเบี้ยกี่บาท
- มันส์ลงทุนทำธุรกิจกับบริษัทแห่งหนึ่งเป็นเงิน 200,000 บาท โดยบริษัทให้อัตราดอกเบี้ย 8% ต่อปี เมื่อมันส์ลงทุนครบเวลา 7 เดือน จะได้รับดอกเบี้ยและเงินทั้งหมดคืนเป็นเงินกี่บาท
- กานดาให้ลูกค้ากู้ยืมเงินจำนวนหนึ่ง โดยคิดอัตราดอกเบี้ยในอัตรา 3% ต่อปี เมื่อครบ 6 เดือน ลูกค้าเงินกู้ นำเงินต้นและดอกเบี้ยคืนให้ทั้งหมด 45,000 บาท กานดาให้กู้เงินเป็นจำนวนเท่าไร



5. พี่ระกู่เงินจากธนาคารเป็นเงินจำนวน 75,000 บาท ธนาคารคิดดอกเบี้ย 5% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น ธนาคารแจ้งว่าเมื่อครบกำหนดที่พี่ระได้ตกลงไว้กับธนาคาร พี่ระจะต้องชำระเงินทั้งหมด 93,750 บาท อยากทราบว่าพี่ระกู่เงินจากธนาคารเป็นเวลาเท่าใด
6. สินีฝากเงินกับธนาคารเป็นเงินจำนวน 20,000 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ย 0.1% ต่อเดือน โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น ให้หาว่าเมื่อสิ้นปีที่ 2 สินีจะมีเงินฝากในธนาคารเป็นเงินจำนวนทั้งหมดเท่าใด
7. ปกรณ์ฝากเงินกับธนาคารเป็นเงินจำนวน 55,000 บาท เป็นระยะเวลา 4 ปี โดย 3 ปีแรกธนาคารให้ดอกเบี้ย 0.5% ต่อปี และในปีสุดท้ายธนาคารให้อัตราดอกเบี้ยพิเศษ 1.2% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น อยากทราบว่าเมื่อสิ้นปีที่ 4 ปกรณ์จะได้รับเงินฝากเป็นเงินทั้งหมดเท่าใด

เฉลยแบบเสริมทักษะที่ 1

- ข้อ 1. (1) 650,000 บาท (2) $4.2\% = 0.042$ (3) 3 ปี 6 เดือน = 3.5
(4) 95,550 บาท
- ข้อ 2. 32,400 บาท
- ข้อ 3. 209,333.33 บาท
- ข้อ 4. 44,334.98 บาท
- ข้อ 5. 5 ปี
- ข้อ 6. 20,480 บาท
- ข้อ 7. 56,494.90 บาท

2 ดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest)

หลังจากที่ศึกษาการคิดดอกเบี้ยแบบคงต้นไปแล้ว ต่อไปเราจะศึกษาการคิดดอกเบี้ยที่เรียกว่า **ดอกเบี้ยทบต้น** ซึ่งการคิดดอกเบี้ยแบบนี้ระยะเวลาจะถูกแบ่งเป็นงวดๆ และเมื่อถึงกำหนดการคิดดอกเบี้ยก็จะมี การคิดดอกเบี้ยของงวดนั้น และนำดอกเบี้ยที่ได้มารวมเป็นเงินต้นของงวดถัดไป กรณีนี้ทำให้เงินต้นมีจำนวนมากขึ้นเรื่อยๆ ซึ่งการคิดดอกเบี้ยทบต้นจะกำหนดเป็นปีละครั้งหรือตามระยะเวลาที่กำหนดไว้

ดอกเบี้ยทบต้น (Compound interest) หมายถึง ดอกเบี้ยที่กำหนดให้มีการนำเอาดอกเบี้ยที่เกิดขึ้นในแต่ละครั้งที่มีการคิดดอกเบี้ยไปรวมกับเงินต้นเพื่อนำมาเป็นเงินต้นของงวดถัดไป กล่าวคือ ถ้ามีการคิดดอกเบี้ยทบต้นไปเรื่อยๆ จะทำให้เงินต้นของงวดต่อไปมีจำนวนมากขึ้น

คาบเวลาหรืองวด หมายถึง ระยะเวลาของการคิดดอกเบี้ย ซึ่งในวงการธุรกิจประเภทต่างๆ นิยมคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อช่วงเวลาที่แตกต่างกัน เช่น อาจคิดดอกเบี้ยทบต้นเป็นปี หรือต่อครึ่งปี หรือต่อเดือนจนถึงต่อวันก็ได้ ดังนั้นอัตราดอกเบี้ยที่ใช้คิดดอกเบี้ยทบต้น จะเป็น **อัตราดอกเบี้ยต่องวด**

สูตรในการคำนวณเงินรวมเมื่อคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นสามารถหาได้ ดังนี้

งวดที่ (n)	เงินต้น (P)	ดอกเบี้ย (I)	เงินรวม (S)
1	P	Pr	$S = P + Pr = P(1 + r)$
2	$P(1 + r)$	$P(1 + r)r$	$S = P(1 + r) + P(1 + r)r = P(1 + r)[1 + r] = P(1 + r)^2$
3	$P(1 + r)^2$	$P(1 + r)^2r$	$S = P(1 + r)^2 + P(1 + r)^2r = P(1 + r)^2[1 + r] = P(1 + r)^3$
4	$P(1 + r)^3$	$P(1 + r)^3r$	$S = P(1 + r)^3 + P(1 + r)^3r = P(1 + r)^3[1 + r] = P(1 + r)^4$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$P(1 + r)^{n-1}$	$P(1 + r)^{n-1}r$	$S = P(1 + r)^{n-1} + P(1 + r)^{n-1}r = P(1 + r)^{n-1}[1 + r] = P(1 + r)^n$

ดังนั้น ได้สูตรการหาเงินรวมเมื่อคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกปี(ปีละครั้ง) เมื่อสิ้นงวดที่ n คือ

$$S = P(1 + r)^n$$

เมื่อ S แทน จำนวนเงินรวมทั้งหมดเมื่อสิ้นงวดที่ n (total amount)

P แทน จำนวนเงินต้น (principle)

r แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด (periodic interest rate)

โดยที่ $r = \frac{i}{100}$ เมื่อ ได้รับอัตราดอกเบี้ย i % ต่อปี

n แทน จำนวนงวด (number of periods)

และ ได้สูตรการหาเงินรวมเมื่อคิดดอกเบี้ยทบต้นปีละ k ครั้ง เมื่อสิ้นงวดที่ n คือ

$$S = P \left(1 + \frac{r}{k} \right)^{kn}$$



ตัวอย่าง 10 ฝากเงิน 10,000 บาท กับธนาคารแห่งหนึ่ง โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุก 3 เดือน เมื่อสิ้นปีที่ 3 ธนาคารแจ้งว่ามีเงินในบัญชีประมาณ 10,938 บาท จงหาอัตราดอกเบี้ยต่อปีที่ธนาคารกำหนด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบเสริมทักษะที่ 2

- ให้นักเรียนบอกจำนวนครั้งของการคิดดอกเบี้ยใน 1 ปี และร้อยละของอัตราดอกเบี้ยต่องวดของการคิดดอกเบี้ยในอัตราต่อไปนี้
 - 5 % คิดทบต้นทุกปี
 - 7 % คิดทบต้นทุกครึ่งปี
 - 4 % คิดทบต้นทุกไตรมาส (1 ไตรมาส เท่ากับ 3 เดือน)
 - 6 % คิดทบต้นทุก 4 เดือน
 - 1.75 % คิดทบต้นทุกเดือน
- สมพรนำเงินลงทุนกับธนาคารแห่งหนึ่งจำนวนเงินต้น 500,000 บาท เมื่อฝากครบ 5 ปี จะได้รับเงินรวมเท่าไร เมื่อธนาคารให้ดอกเบี้ยทบต้นในอัตราร้อยละ 8
 - คิดทบต้นทุกปี
 - คิดทบต้นทุกไตรมาส (1 ไตรมาส เท่ากับ 3 เดือน)
 - คิดทบต้นทุกครึ่งปี
- อารยะปล่อยเงินกู้ให้กับแม่ค้าในตลาดเพื่อลงทุนการค้าขายจำนวนเงินทั้งหมด 100,000 บาท โดยเขาคิดผลตอบแทนในอัตราร้อยละ 6 คิดทบต้นทุกครึ่งปี เมื่อเวลาผ่านไป 7 ปี อารยะจะได้รับเงินรวมและดอกเบี้ยจำนวนกี่บาท



4. แม่นำเงินไปฝากธนาคารโดยเปิดบัญชีเงินฝากประจำ 6 เดือน ธนาคารคิดดอกเบี้ยให้ทุก 6 เดือน โดยธนาคารให้ดอกเบี้ย 8 % ต่อปี เมื่อฝากต่อเนื่อง 2 ปี 6 เดือน แม่มีเงินในบัญชีทั้งหมด 350,198.60 บาท อยากทราบว่าแม่นำเงินไปฝากธนาคารกี่บาท
5. ยูดี้กู้เงินจากธนาคารเป็นเงินจำนวน 400,000 บาท โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบทบต้น ธนาคารแจ้งว่าเมื่อครบกำหนดที่ยูดี้ได้ตกลงไว้กับธนาคาร 6 ปี ยูดี้จะต้องชำระหนี้เป็นเงินทั้งหมด 600,292 บาท อยากทราบว่าธนาคารคิดดอกเบี้ยร้อยละเท่าใดต่อปี
6. สมจิตรต้องการใช้เงิน 10,000,000 บาทในอีก 5 ปีข้างหน้า จึงนำเงินไปฝากธนาคารแห่งหนึ่งซึ่งให้ดอกเบี้ย 1.75% ต่อปี โดยคิดทบต้นทุก 6 เดือน อยากทราบว่าสมจิตรต้องนำเงินไปฝากธนาคารจำนวนเท่าใด
7. ชูใจต้องการเก็บเงินเพื่อดาวน์ห้องชุดในอีก 3 ปีข้างหน้า เป็นเงินจำนวน 300,000 บาท โดยฝากเงินกับธนาคาร 250,000 บาท เป็นเวลา 3 ปี ธนาคารให้ดอกเบี้ย 1.3% ต่อปี โดยคิดทบต้นทุก 3 เดือน อยากทราบว่าเมื่อครบกำหนด 3 ปี ชูใจจะมีเงินพอที่จะดาวน์ห้องชุดหรือไม่
8. จันจิต้องการนำเงิน 200,000 บาท ไปลงทุนเป็นเวลา 4 ปี โดยมีบริษัท A และบริษัท B ยื่นข้อเสนอ ดังนี้
บริษัท A : ให้อัตราดอกเบี้ย 4.5% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 3 เดือน
บริษัท B : ให้อัตราดอกเบี้ย 4.6% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 6 เดือน
 - 1) จันจิควรลงทุนกับบริษัทใดที่ให้ผลตอบแทนมากกว่ากัน
 - 2) เมื่อลงทุนครบ 4 ปี บริษัททั้งสองแห่งจะให้ดอกเบี้ยต่างกันเท่าใด

เฉลยแบบเสริมทักษะที่ 2

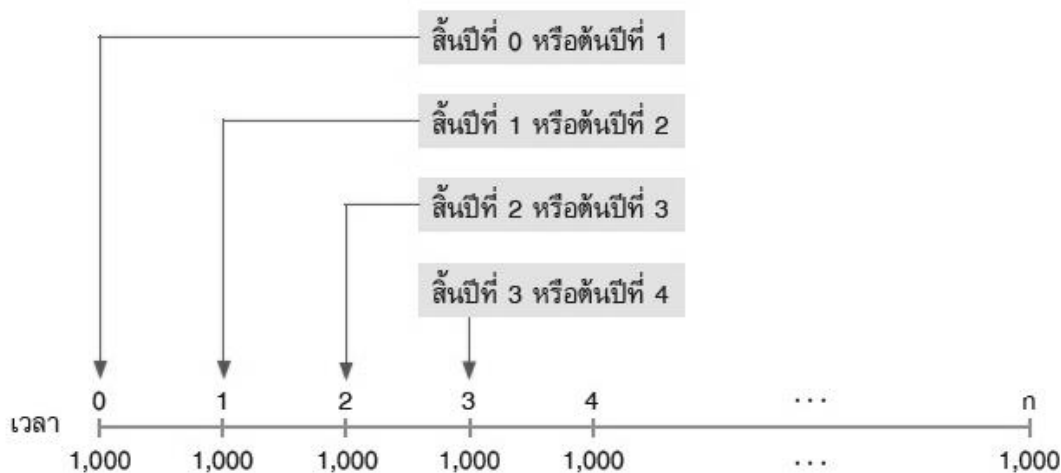
- ข้อ 1. (1) 1 ครั้ง , 5% (2) 2 ครั้ง , 3.5% (3) 4 ครั้ง , 1%
(4) 3 ครั้ง , 2% (5) 12 ครั้ง , 0.15%
- ข้อ 2. (1) 734,664.04 บาท (2) 742,973.70 บาท (3) 740,122.14 บาท
- ข้อ 3. 151,258.97 บาท
- ข้อ 4. 287,838.41 บาท
- ข้อ 5. 7% ต่อปี
- ข้อ 6. 9,165,676.45 บาท
- ข้อ 7. ไม่เพียงพอ เพราะได้เงินเพียง 259,926.18 บาท
- ข้อ 8. (1) บริษัท B (2) 699.70 บาท

มูลค่าของเงิน (Value of Money)

เมื่อเวลาเปลี่ยนค่าของเงินก็เปลี่ยนไปตามปัจจัยที่กระทบ อัตราเงินเฟ้อเป็นปัจจัยพื้นฐานที่หลีกเลี่ยงไม่ได้ ซึ่งมูลค่าของเงินจะลดลงตามอัตราเงินเฟ้อ จะเห็นว่าการอุปโภคบริโภค บางสินค้าแม้ไม่ได้รับการปรับปรุงสินค้าผลิตภัณฑ์ใดๆ แต่มีราคาขายแพงขึ้น เพราะปัจจัยไม่ได้ขึ้นกับผลิตภัณฑ์เพียงอย่างเดียวเท่านั้น แต่เป็นเพราะมูลค่าของเงินที่ลดลงไปเรื่อยตามกาลเวลา และสิ่งที่ช่วยอธิบายคำตอบได้ดีที่สุดนั่นคือ มูลค่าเงินตามเวลา (time value of money) คือสิ่งสำคัญที่เตือนว่า เงินสดที่เราถืออยู่วันนี้จะด้อยค่าลงตามกาลเวลา หากเราไม่ทำอะไรเลยหรือเก็บไว้เฉยๆ ในขณะที่เดียวกันเมื่อมีการบริหารเงินหรือทำการลงทุนจะมีผลตอบแทนในรูปแบบต่างๆ มาเกี่ยวข้อง เช่น อัตราดอกเบี้ย อัตรากำไรเฉลี่ย อัตราราคาเงินปันผล ฯลฯ ทำให้มูลค่าของเงินเปลี่ยนไป

1 เส้นเวลา (Time Line)

ในการศึกษาเรื่องมูลค่าของเงินตามเวลา จะให้เส้นเวลาเป็นเครื่องมือเพื่อแสดงให้เห็นว่ามูลค่าของเงินในอนาคตจะเกิดขึ้นเมื่อใด และจำนวนเท่าใด ซึ่งเส้นเวลาจะมีตัวเลขกำกับอยู่ด้านบนและด้านล่างดังรูป



จากรูป **ตัวเลขด้านบน**ของเส้นเวลาแสดงถึงจุดสิ้นสุดเมื่อเวลาที่เกี่ยวข้อง เช่น เวลา 0 หมายถึง ปัจจุบัน เวลา 1 หมายถึง เวลา 1 งวดจากปัจจุบัน และเวลา 2 หมายถึง เวลา 2 งวดจากปัจจุบัน โดยทั่วไป งวดเวลาจะเป็นปี หรือเดือน หรือวัน เช่น ถ้าวัดเวลาเป็นปีจะได้ว่า เวลา 1 หมายถึง สิ้นปีที่ 1 นับจากปัจจุบัน หรือต้นปีที่ 2 และ **ตัวเลขด้านล่าง**ของเส้นเวลาแสดงถึงมูลค่าของเงินที่เกิดขึ้น ณ เวลาต่างๆ

2 มูลค่าของเงิน (Value of Money)

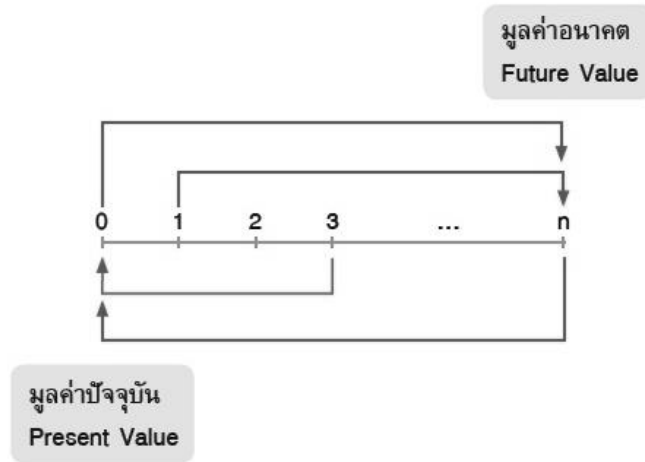
มูลค่าของเงินจะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามระยะเวลา ดังนั้น การเปรียบเทียบค่าเงิน ณ เวลาที่ต่างกัน สามารถทำได้โดยการแปลงจำนวนเงินนั้นๆ ให้กลับมาเป็นค่าปัจจุบัน แล้วจึงทำการ *เปรียบเทียบค่าเงิน ณ ปัจจุบัน*

มูลค่าของเงินตามเวลา (time value of money) จึงเป็นปัจจัยหนึ่งของการตัดสินใจในการลงทุนโดยมูลค่าของเงินนั้นจะขึ้นอยู่กับปัจจัย 2 ประการ ได้แก่ ระยะเวลา และอัตราดอกเบี้ย และมูลค่าของเงินตามกาลเวลาเกี่ยวข้องกับแนวคิดพื้นฐานสองกลุ่ม ได้แก่ มูลค่าปัจจุบัน และมูลค่าอนาคต

- 1) **มูลค่าปัจจุบัน (Present Value)** คือ มูลค่าของเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคต และมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน ซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น ซึ่งจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า *การคิดลดค่าเงิน (discounting)* เช่น การเปรียบเทียบว่าเงิน 1,000 บาท ณ สิ้นปีที่ 3 กับเงิน 1,200 บาท ณ สิ้นปีที่ 5 เงินจำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน ซึ่งสามารถคำนวณได้จากการคิดลดค่าเงินเพื่อ *หามูลค่าปัจจุบันของเงินทั้งสองจำนวน แล้วจึงนำมาเปรียบเทียบกัน*

- 2) **มูลค่าอนาคต** (Future Value) คือ มูลค่าของเงินในอนาคตภายใต้ช่วงเวลา หรืออัตราผลตอบแทนที่ได้กำหนดไว้ โดยมีกระบวนการเริ่มจากเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคตจะเรียกว่า การทบต้นของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ (compounding) ซึ่งมูลค่าของเงินในอนาคตจะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับตัวแปรสองตัว คือ อัตราผลตอบแทน และระยะเวลา

ความสัมพันธ์ระหว่างมูลค่าปัจจุบันและมูลค่าอนาคต



สมมติว่าฝากเงินด้วยเงินต้น 1,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 5% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นปีละครั้ง เมื่อฝากครบ 2 ปี จะได้เงินรวม $1,000(1 + 0.05)^2$ หรือ 1,102.5 บาท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าเงิน 1,102.5 บาท เป็น**มูลค่าอนาคต** ส่วนเงิน 1,000 บาทเป็น**มูลค่าปัจจุบัน**

สูตรการคำนวณมูลค่าปัจจุบันและมูลค่าอนาคต

ดังนี้

เมื่อ S แทน มูลค่าอนาคตของเงินต้น P

P แทน มูลค่าปัจจุบันของเงินรวม S

r แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด (periodic interest rate)

โดยที่ $r = \frac{i}{100}$ เมื่อ ได้รับอัตราดอกเบี้ย i % ต่อปี

n แทน จำนวนงวด (number of periods)

และ ได้สูตรการหาเงินรวมเมื่อคิดดอกเบี้ยทบต้นปีละ k ครั้ง เมื่อสิ้นงวดที่ n คือ

$$S = P \left(1 + \frac{r}{k} \right)^{kn}$$

หรือ

$$P = S \left(1 + \frac{r}{k} \right)^{-kn}$$



ตัวอย่าง 14 ปยุตกู้เงินจากวายุจำนวน 2 ยอด โดยยอดแรกต้องชำระ 29,291.48 บาท ในอีก 2 ปีข้างหน้า ส่วนยอดที่ 2 ต้องชำระ 14,859.47 บาท ในอีก 5 ปีข้างหน้า ถ้าวายุกำหนดอัตราดอกเบี้ย 8% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุก 3 เดือน จงหาจำนวนเงินทั้งหมดที่ปยุตกู้จากวายุ

ตัวอย่าง 15 ทุกวันที่ 1 มกราคม น้ำหวานจะฝากเงิน 1,000 บาท เข้าบัญชีธนาคารที่ให้ดอกเบี้ย 8% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี น้ำหวานจะได้เงินรวมเท่าใด

- 1) เมื่อสิ้นปีที่ 3
- 2) เมื่อสิ้นปีที่ 10



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบเสริมทักษะที่ 3

1. วิโรจน์ฝากเงินกับธนาคารจำนวน 55,000 บาท ธนาคารคิดดอกเบี้ย 0.75% ต่อปีโดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นต่อปี อยากรทราบว่าเมื่อสิ้นปีที่ 3 วิโรจน์จะได้รับเงินต้นพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด
2. ให้นักเรียนตอบคำถามการคิดหาค่ามูลค่าของเงินตามเวลาต่อไปนี้
 - 1) มูลค่าของเงิน ณ ต้นปี 2561 เป็นเท่าไร ถ้ามูลค่าของเงิน ณ สิ้นปี 2561 เป็นเงิน 1,000 บาท ถ้ากำหนดอัตราผลตอบแทนที่ต้องการเป็นร้อยละ 20 ต่อปี
 - 2) มูลค่าของเงินปัจจุบันเป็นเท่าไร เมื่อเวลาผ่านไป 5 ปี มูลค่าของเงินรวมเป็น 200,000 บาท ถ้าอัตราผลตอบแทนการลงทุนที่ปราศจากความเสี่ยงเป็นร้อยละ 8 ต่อปี
 - 3) มูลค่าปัจจุบันของเงิน 92,700 บาท ที่จะได้รับในอีก 1 ปีข้างหน้าเป็นเท่าไร ถ้าอัตราคิดลดเป็น 3% ต่อปี
 - 4) มูลค่าปัจจุบันของเงิน 126,000 บาท ที่จะได้รับในอีก 6 เดือนข้างหน้าเป็นเท่าไร ถ้าอัตราคิดลดเป็น 10% ต่อปี
 - 5) มูลค่าอนาคตของเงินออม 10,000 บาท เมื่อผ่านไป 10 ปีจะเป็นเท่าไร ถ้าอัตราผลตอบแทนการลงทุนที่ปราศจากความเสี่ยงเป็นร้อยละ 3.25 ต่อปี คิดดอกเบี้ยทุก 2 ปี
3. สุดสวยวางแผนการใช้เงิน 2,000,000 บาท ในอีก 10 ปีข้างหน้า อยากรทราบว่าในปัจจุบันสุดสวยต้องฝากเงินกับธนาคารจำนวนเท่าไร โดยที่ธนาคารให้ดอกเบี้ย 2.4% ต่อปี และคิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 3 เดือน
4. เงินจำนวน 20,000 บาท ในอีก 2 ปีข้างหน้า กับเงิน 30,000 บาท ในอีก 10 ปีข้างหน้า เมื่ออัตราดอกเบี้ยร้อยละ 1.2 ต่อปี และคิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 4 เดือน เงินจำนวนใดมีค่ามากกว่าและมากกว่าอยู่เท่าไร

5. สมชายและสมหญิงต้องการนำเงินไปลงทุนกับสองบริษัท โดยสมชายเลือกลงทุนบริษัท A และสมหญิงเลือกลงทุนบริษัท B ซึ่งทั้งสองบริษัทมีข้อเสนอ ดังนี้

	บริษัท A	บริษัท B
อัตราดอกเบี้ยต่อปี	3%	2%
การคิดดอกเบี้ยทบต้น	ทบต้นทุก 3 เดือน	ทบต้นทุก 6 เดือน
ระยะเวลา	5 ปี	4 ปี
เงินรวมที่ได้รับทั้งหมด	116,118.41 บาท	113,699.95 บาท

อยากทราบว่า จำนวนเงินต้นของใครมีค่ามากกว่ากัน

6. อนันต์กู้เงินจากวิเชียรจำนวน 2 ยอด โดยยอดแรกต้องชำระ 12,682.42 บาท ในอีก 3 ปีข้างหน้า ส่วนยอดที่ 2 ต้องชำระ 26,115.36 บาท ในอีก 7 ปีข้างหน้า ถ้าวิเชียรกำหนดอัตราดอกเบี้ย 8% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุก 3 เดือน จงหาจำนวนเงินทั้งหมดที่อนันต์กู้จากวิเชียร

เฉลยแบบเสริมทักษะที่ 3

- ข้อ 1. 56,246.80 บาท
- ข้อ 2. (1) 833.33 บาท (2) 136,116.64 บาท (3) 90,000 บาท
(4) 120,136.29 บาท (5) 13,700.87 บาท
- ข้อ 3. 1,574,384.36 บาท
- ข้อ 4. เงิน 30,000 บาทมีมูลค่าปัจจุบันมากกว่าอยู่ 7,087.33 บาท
- ข้อ 5. จำนวนเงินลงทุนของสมหญิงมากกว่าจำนวนเงินลงทุนของสมชาย
- ข้อ 6. 25,000 บาท

ค่ารายงวด (Annuity)

ค่ารายงวด หมายถึง การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวดๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่าๆ กัน เช่น การซื้อสินค้าเงินผ่อน การออมเงินแบบฝากประจำกับธนาคาร

การรับหรือจ่ายค่ารายงวด มีลักษณะ 3 ประการ ดังนี้

1. รับหรือจ่ายเท่ากันทุกงวด
2. รับหรือจ่ายติดต่อกันทุกงวด
3. รับหรือจ่ายตอนต้นงวดหรือสิ้นงวด

ตัวอย่าง การรับหรือจ่ายค่ารายงวด เช่น การนำเงินไปฝากธนาคารทุกต้นปี ปีละ 20,000 บาท เป็นเวลา 6 ปี หรือการซื้อรถยนต์แบบผ่อนส่ง โดยทำสัญญากับผู้จำหน่ายรถยนต์ว่าจะผ่อนชำระทุกสิ้นเดือน เดือนละ 9,000 บาท เป็นเวลา 4 ปี เป็นต้น

การคำนวณหาเงินรวมของค่ารายงวดทั้งหมด แบ่งได้ 2 กรณีดังนี้

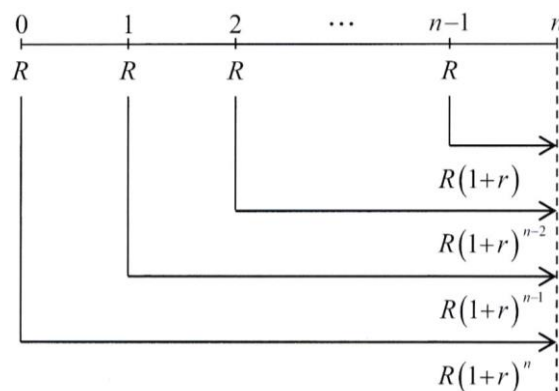
1. ค่ารายงวดที่รับหรือจ่ายตอนต้นงวด (annuities due) หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตที่เกิดขึ้น ณ วันต้นงวด โดยแต่ละงวดจะเกิดขึ้นเร็วกว่ากรณีที่เกิด ณ วันปลายงวด ซึ่งมีผลทำให้เงินงวดแต่ละงวดมีการทบต้นดอกเบี้ยเพิ่มขึ้นอีก 1 งวด ทำให้มูลค่ารวมมีค่ามากกว่ากรณีสิ้นงวด
2. ค่ารายงวดที่รับหรือจ่ายตอนสิ้นงวด (ordinary annuities) หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวด ซึ่งเท่ากับผลรวมของเงินงวดแต่ละงวดทบต้นด้วยดอกเบี้ยตามระยะเวลา

1 ค่ารายงวดที่รับหรือจ่ายตอนต้นงวด (annuities due)

พิจารณาการรับหรือจ่ายเงินแต่ละงวด โดยที่แต่ละงวดเป็นเงิน R บาท ซึ่งเริ่มรับหรือจ่ายเงินตอนต้นงวด

รวมทั้งหมด n งวด และอัตราดอกเบี้ยต่องวดเป็น $i\%$ ให้ $r = \frac{i}{100}$

จะได้ แผนภาพแสดงค่ารายงวดแต่ละงวด ดังนี้



จะได้ เงินรวมเมื่อสิ้นงวดที่ n คือ $R(1+r) + R(1+r)^2 + \dots + R(1+r)^n$

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี n พจน์ พจน์แรก คือ $R(1+r)$ และ อัตราส่วนร่วม คือ $1+r$

ดังนั้น เงินรวมเมื่อสิ้นงวดที่ n คือ
$$\frac{R(1+r)(1-(1+r)^n)}{1-(1+r)}$$

จะได้ เงินรวม เท่ากับ
$$\frac{R(1+r)((1+r)^n - 1)}{r}$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง 20 นำทิพย์ซื้อเครื่องซักผ้าราคา 20,000 บาท โดยตกลงจ่ายเงินค่างวด 5,000 บาท และผ่อนชำระส่วนที่เหลือเป็นจำนวนเงินเท่ากันทุกเดือน เป็นเวลา 6 เดือน โดยผ่อนชำระทุกสิ้นเดือน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือนแล้ว นำทิพย์จะต้องผ่อนชำระเดือนละเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบเสริมทักษะที่ 4

- ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1 – 2
- ธนาคารแห่งหนึ่งให้ดอกเบี้ย 3% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน
1. เจมส์ฝากเงินทุกเดือน เดือนละ 1,200 บาททุกต้นงวด เป็นเวลา 2 ปี ให้หาจำนวนเงินทั้งหมดที่เจมส์จะได้รับเมื่อสิ้นปีที่ 1 และสิ้นปีที่ 2
 2. เจมส์ฝากเงินทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาททุกปลายงวด เป็นเวลา 3 ปี เขาจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าใด
 3. สุดาฝากเงิน 2,000 บาท เข้าบัญชีธนาคารทุกต้นเดือน ได้รับอัตราดอกเบี้ย 3% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือน เมื่อสิ้นปีที่ 5 สุดาจะได้เงินรวมเท่าใด

4. ทอแสงฝากเงิน 3,000 บาท เข้าบัญชีธนาคารทุกสิ้นไตรมาส (1 ไตรมาส เท่ากับ 3 เดือน) ได้รับอัตราดอกเบี้ย 6% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกไตรมาส เมื่อสิ้นปีที่ 4 ทอแสงจะได้เงินรวมเท่าใด
5. ไบเตยซื้อรถยนต์ราคา 700,000 บาท โดยตกลงจ่ายเงินดาวน์ 200,000 บาท และผ่อนชำระส่วนที่เหลือเป็นจำนวนเงินเท่ากันทุกเดือน เป็นเวลา 5 ปี โดยผ่อนชำระทุกสิ้นเดือน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 3% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือนแล้ว ไบเตยจะต้องผ่อนชำระเดือนละเท่าใด
6. ยอดซื้อรถจักรยานยนต์ราคา 60,000 บาท โดยตกลงจ่ายเงินดาวน์ 6,000 บาท และผ่อนชำระที่เหลือเป็นจำนวนเงินเท่ากันทุกเดือนเป็นเวลา 5 ปี โดยผ่อนชำระทุกสิ้นเดือน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 1.8% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือน แล้วยอดต้องชำระค่ารถจักรยานยนต์เดือนละเท่าไร
7. วัชระฝากเงิน 10,000 บาท เข้าบัญชีธนาคารทุกต้นเดือน เป็นเวลา 4 ปี และได้รับอัตราดอกเบี้ย 3.6% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือน เมื่อสิ้นปีที่ 4 วัชระจะได้เงินรวมเท่าใด
8. นุศราทำสัญญาเช่าตึกแถวเป็นรายปี เป็นเวลา 5 ปี โดยมีค่าเช่างวดละ 180,000 บาท อัตราดอกเบี้ยเท่ากับ 5% ต่อปี ทบต้นทุกปี
 - 1) ถ้ามีการกำหนดให้จ่ายค่าเช่างวดแรกทันทีที่มีการทำสัญญา นั่นคือ จ่ายทุกต้นงวด ให้หาค่าเช่ารวมทั้งหมด
 - 2) ถ้ามีการกำหนดให้จ่ายค่าเช่าในวันครบกำหนดสัญญาของทุกปี นั่นคือ จ่ายทุกปลายงวด ให้หาค่าเช่ารวมทั้งหมด
 - 3) ถ้านักเรียนเป็นผู้เช่า นักเรียนจะเลือกจ่ายค่าเช่าวิธีใด และถ้านักเรียนเป็นผู้ให้เช่านักเรียนจะเลือกเก็บค่าเช่าวิธีใด

เฉลยแบบเสริมทักษะที่ 4

- ข้อ 1. สิ้นปีที่ 1 ได้รับจำนวนเงินทั้งหมดประมาณ 14,636.16 บาท
สิ้นปีที่ 2 ได้รับจำนวนเงินทั้งหมดประมาณ 29,717.49 บาท
- ข้อ 2. 75,241.12 บาท
- ข้อ 3. 129,616.66 บาท
- ข้อ 4. 53,797.11 บาท
- ข้อ 5. 8,984.35 บาท
- ข้อ 6. 941.54 บาท
- ข้อ 7. 516,996.95 บาท
- ข้อ 8. (1) 1,044,344.31 บาท (2) 994,613.63 บาท
(3) ถ้าเป็นผู้เช่า จะเลือกจ่ายค่าเช่าทุกปลายงวด
ถ้าเป็นผู้ให้เช่า จะเลือกเก็บค่าเช่าทุกต้นงวด